ASOCIACIÓN MATEMÁTICA VENEZOLANA
XXIII JORNADAS VENEZOLANAS DE MATEMÁTICA

Universidad Simón Bolívar

Caracas, 20 al 23 de abril de 2010

COMITÉ ORGANIZADOR:

Juan Rada (Coordinador-USB,ULA) (juanrada@ula.ve),
Claudia Antonini (USB) (antclaudia@usb.ve)
Debora Cores (USB) (cores@cesma.usb.ve)
René Escalante (USB) (rene@cesma.usb.ve)
Manuel Maia (UCV) (manuel.maia@ciens.ucv.ve)
Aurora Olivieri (USB) (olivieri@usb.ve)
Yamilet Quintana (USB) (yquintana@usb.ve)
Domingo Quiroz (USB) (dquiroz@usb.ve)
Rafael Sánchez (UCV) (lamonedar@gmail.com)

COMITÉ DE PROGRAMA:

Juan Rada (Coordinador-USB,ULA) (juanrada@ula.ve)
Wilmer Colmenares (UCLA) (wilmerc@ucla.edu.ve)
Said Kas-Danouche (UDO) (sak0525@gmail.com)
José Rafael León (UCV) (jose.leon@ciens.ucv.ve)
Miguel Méndez (IVIC) (mmendezenator@gmail.com)
Gustavo Ponce (U. California, SB) (ponce@math.ucsb.edu)

CONFERENCISTAS INVITADOS:

- Prof. Joe Diestel (Kent State University)
- Prof. Stefania Marcantognini (Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas y Universidad Simón Bolívar)
- Prof. Lázaro Recht (Universidad de Simón Bolívar)
- Prof. Antonio Tineo (Universidad de Los Andes)

SESIONES:

- Álgebra y Teoría de Números
  Coordinadores: Aurora Olivieri (olivieri@usb.ve) y Amílcar Pérez (ajperez@usb.ve)
- Análisis
  Coordinadores: Stefania Marcantognini (stefania@usb.ve) y Luis Mármol (lgmarmol@usb.ve)
- Ecuaciones Diferenciales Parciales y Física Matemática
  Coordinadores: Alvaro Restuccia (arestu@usb.ve) y Carmen Vanegas (cvanegas@usb.ve)
- Grafos y Combinatoria
  Coordinadores: Oscar Ordaz (oscarordaz55@gmail.com) y Domingo Quiroz (dquiroz@usb.ve)
- Historia de las Matemáticas
  Coordinador: Douglas Jimenez (dougjim@gmail.com)
- Lógica
  Coordinadores: Carlos Uzcátegui (uzca@ula.ve) y José Mijares (jose.mijares@ciens.ucv.ve)
- Modelos Matemáticos, Análisis Numérico y Aplicaciones
  Coordinadores: Said Kas-Danouche (sak0525@gmail.com), Brígida Molina (bmolina@kuaimare.ciens.ucv.ve) y René Escalante (rescalante@usb.ve)
- Probabilidades y Estadística
  Coordinadores: Adolfo Quiroz (aquiroz@usb.ve) e Isabel Llatas (llatas@cesma.usb.ve)
- Sistemas Dinámicos Sistemas Dinámicos (Continuos y Discretos)
  Coordinadores: Hanzel Lárez (larez@ula.ve) y Bladismir Ruiz (bladismir@ula.ve)
- Topología y Geometría Diferencial
  Coordinadores: Jorge Vielma (vielma@ula.ve) y Ennis Rosas (ennisrafael@gmail.com)

PATROCINADORES:

- Fundación de Investigación y Desarrollo de la Universidad Simón Bolívar (Funindes)
- Fundación Empresas Polar
- Asociación de Profesores de la Universidad Simón Bolívar
- Asociación de Egresados de la Universidad Simón Bolívar
- Decanato de Investigación y Desarrollo de la Universidad Simón Bolívar
- Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales de Venezuela
- Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Venezuela
- Asociación de Amigos de la Universidad Simón Bolívar

Programa

Martes 20 de Abril

Martes, 09:00–10:25

Álgebra y Teoría de Números

Aula 5

Coordinadores: Aurora Olivieri y Amílcar Pérez

ATN1. Juan Rada 09:30–09:55
Una cota inferior para el radio espectral de un digrafo

ATN2. Alejandro Ollarves 10:00–10:25
Álgebras N-Diferenciales Graduadas Perversas

Análisis

Aula 1

Coordinadores: Stefania Marcantognini y Luis Mármol

AN1. Ramón Bruzual 09:00–09:25
Una condición para la continuidad de grupos de operadores unitarios en espacios de Pontryagin

AN2. Nieves Amoretti 09:30–09:55
Extensiones Unitarias de Isometrías Parciales

AN3. Jesús M. Varela M. 10:00–10:25
Acotación de formas de Toeplitz y números singulares asociados a formas de Hankel definidas sobre el plano lexicográfico

Modelos Matemáticos, Análisis Numérico y Aplicaciones

Aula 3

Coordinadores: Said Kas-Danouche, Brígida Molina y René Escalante

MAA1. Maricarmen Andrade 09:00–09:25
Algunas estrategias de convergencia para el algoritmo de las proyecciones generalizadas alternas para dos conjuntos

MAA2. Hiliana Angulo 09:30–09:55
Una Propuesta para Analizar la Efectividad Real de los Métodos Iterativos para resolver Ecuaciones no Lineales

MAA3. Franklin R. Astudillo V. 10:00–10:25
Estabilidad Débilmente no Lineal de Flujos Centro-Anulares con Surfactantes Solubles

Probabilidades y Estadística

Aula 4

Coordinadores: Adolfo Quiroz y Isabel Llatas

PE1. Henry Mendoza 09:00–09:25
Aplicación de Métodos Bayesianos para la Clasificación Socioeconómica de Hogares

PE2. Irene García 09:30–09:55
Modelos Autoregresivos, Basados en Procesos Gaussianos, para Predecir Retornos de Series Financieras

PE3. Zoraida Martínez 10:00–10:25
Detección de Curvas

Sistemas Dinámicos (Contínuos y Discretos)

Aula 6

Coordinadores: Hanzel Lárez y Bladismir Ruiz

SIS1. Hugo Leiva 09:30–09:55
Skew-Product Semiflows and Non-Autonomous Control Systems

SIS2. Alexander Carrasco 10:00–10:25
Un Lema Sobre Operadores de Evolución y Aplicaciones

Martes, 10:30–10:55

Refrigerio

Martes, 11:00–12:00

Conferencia Plenaria

Lázaro Recht
Matrices Minimales y Curvas Mínimas en Variedades de Bandera

Martes, 02:30–04:25

Álgebra y Teoría de Números

Aula 5

Coordinadores: Aurora Olivieri y Amílcar Pérez

ATN3. José G. Fernandes D. 02:30–02:55
Isomorfismos entre Grafos de Cayley de los grupos $\mathbb{Z}_{2k}$ *y* D_k

ATN4. Rafael Parra 03:00–03:25
Envolturas de Anillos Conmutativos

ATN5. Carlos Parra 03:30–03:55
Casi Preenvolturas de Anillos Conmutativos

ATN6. Diego Bravo 04:00–04:25
Cotorsion Pairs in C(R-Mod)

Análisis

Aula 1

Coordinadores: Stefania Marcantognini y Luis Mármol

AN4. Gerardo R. Chacón P. 02:30–02:55
Medidas de Carleson en Espacios Tipo Dirichlet

AN5. Julio C. Ramos Fernández 03:00–03:25
Operadores de composición sobre espacios tipo Bloch-Orlicz

AN6. J. A. Guerrero 03:30–03:55
Operador de Composición en Espacios de Funciones de φ*-Variación Acotada*

AN7. J. Giménez 04:00–04:25
El Operador de Superposición en el Espacio de Funciones de φ*-bidimensional Variación Total Acotada, en el Sentido de Riesz*

Modelos Matemáticos, Análisis Numérico y Aplicaciones

Aula 3

Coordinadores: Said Kas-Danouche, Brígida Molina y René Escalante

MAA4. Manuel Borregales 02:30–02:55
Generación de mallas de cuadriláteros para yacimientos bidimensionales con fronteras internas complejas

MAA5. Saúl Buitrago 03:00–03:25
Técnicas Numéricas en Problemas de la Industria Petrolera

MAA6. Giovanni Calderón 03:30–03:55
Adaptatividad Orientada al Resultado a Partir de un Estimador de Postproceso con Representación Nodal del Error

MAA7. Hilmar Castro 04:00–04:25
A Model of Tumor Growth that Includes the Quiescent Tumor Cells and the Immune Response

Probabilidades y Estadística

Aula 4

Coordinadores: Adolfo Quiroz y Isabel Llatas

PE4. Carenne Ludeña 02:30–02:55
Comparación de clasificadores sobre múltiples conjuntos de data usando tests de permutaciones

PE5. Silvana García 03:00–03:25
Estudio de Aproximaciones Cauchy para la Función de Densidad del Ángulo Browniano Plano

PE6. José Luis Palacios 03:30–03:55
Sumatorias de tiempos esperados de llegada para cadenas de Markov

PE7. Adolfo J. Quiroz 04:00–04:25
Dos nuevos métodos basados en grafos para identificación de dimensión intrínseca

Sistemas Dinámicos (Contínuos y Discretos)

Aula 2

Coordinadores: Hanzel Lárez y Bladismir Ruiz

SIS3. Darwin Mendoza 02:30–02:55
Controlabilidad de la ecuación
Termoelástica de dos Platos Vibrantes Acoplados

SIS4. Hanzel Lárez 03:00–03:25
Controlabilidad de Algunos problemas de Frontera

SIS5. Miguel Narváez 03:30–03:55
Controlabilidad Exacta de Ecuaciones de Evolución Semilineales Estocásticas

SIS6. Cosme Duque 04:00–04:25
Dinámica de un Modelo Depredador-Presa con Tasa de Mortalidad Variable

Martes, 04:30–05:25

Acto Inaugural

Martes, 05:30–05:55

Brindis

Miércoles 21 de Abril

Miércoles, 08:30–10:25

Álgebra y Teoría de Números

Aula 5

Coordinadores: Aurora Olivieri y Amílcar Pérez

ATN7. Dmitry Logachev 09:00–09:25
T-motivos de Anderson son análogos de las variedades abelianas con multiplicación para cuerpos cuadráticos imaginarios

ATN8. Victor Ramirez 09:30–09:55
El número de generadores de ideales maximales en anillos de series formales

ATN9. Amílcar J. Pérez A. 10:00–10:25
Sobre la infinitud de primos algebraicos

Análisis

Aula 1

Coordinadores: Stefania Marcantognini y Luis Mármol

AN8. Cruz Suarez 08:30–08:55
El Operador Composición en Espacios de Lorentz $\bigwedge_X^p(W)$

AN9. Marisela Domínguez 09:00–09:25
Extensiones de ternas de Toeplitz-Kreĭn-Cotlar indefinidas

AN10. Arnaldo De la Barrera 09:30–09:55
Aproximación de núcleos de Toeplitz

AN11. S. Rodríguez 10:00–10:25
Una aplicación de la transformada fraccionaria de Fourier en las marcas de agua digitales

Ecuaciones Diferenciales Parciales y Física Matemática

Aula 7

Coordinadores: Álvaro Restuccia y Carmen Vanegas

EDP1. Alvaro Restuccia 09:00–09:25
El Problema de Valores Iniciales y el Espectro Cuántico en la Teoría de Membranas

EDP2. Valentina Iakovleva 09:30–09:55
Sobre las discontinuidades en un sistema de ecuaciones de ondas interactuando por medio de las derivadas espaciales

EDP3. Hugo Leiva 10:00–10:25
Interior Controllability of a Strongly Damped Wave Equation

Lógica

Aula 6

Coordinadores: Carlos Uzcátegui y José Mijares

LOG1. Ramón Pino Pérez 08:30–08:55
Dos representaciones de la relación leximin

LOG2. Franklin Camacho 09:00–09:25
Regla de dominancia plausible y transitividad

LOG3. José Luis Chacón 09:30–09:55
Operadores abstractos de cambio

LOG4. Jahn Franklin Leal 10:00–10:25
Hacia una Dinámica de las Decisiones Cualitativas

Modelos Matemáticos, Análisis Numérico y Aplicaciones

Aula 3

Coordinadores: Said Kas-Danouche, Brígida Molina y René Escalante

MAA8. René Escalante 08:30–08:55
Segmented Tau Approximation for Mixed-Type Functional Differential Equations

MAA9. Robert Espitia 09:00–09:25
Un algoritmo de proyecciones generalizadas alternas en un espacio producto

MAA10. Abdul A. Lugo J. 09:30–09:55
Caos en un Flujo Centro-Anular con Surfactantes Insolubles

MAA11. Rogel Rojas Bello 10:00–10:25
Métodos Runge-Kutta implícitos aplicados a sistemas diferenciales ordinarios que surgen de EDPs

Sistemas Dinámicos (Contínuos y Discretos)

Aula 2

Coordinadores: Hanzel Lárez y Bladismir Ruiz

SIS7. Vinicio R. Ríos 08:30–08:55
Condiciones Necesarias para un Problema de Control Óptimo de Mayer con Dinámica Discontinua

SIS8. Bladismir Leal 09:00–09:25
Difeomorfismos de Superficies Exhibiendo Curvas invariantes con Número de Rotación Irracional

SIS9. Sergio Muñoz 09:30–09:55
¿Existen difeomorfismos del plano robustamente transitivos?

SIS10. Víctor Sirvent 10:00–10:25
Minimal sets of periods for Morse-Smale diffeomorphisms on compact surfaces

Topología y Geometría Diferencial

Aula 4

Coordinadores: Jorge Vielma y Ennis Rosas

TGD1. L. Ruza-Montilla 08:30–08:55
Nuevas Topologías sobre el Espectro Primo de un Anillo

TGD2. Alirio J. Peña P. 09:00–09:25
Descomposición de Fell-Vietoris de la topología producto sobre el cubo de Cantor

TGD3. Jorge Vielma 09:30–09:55
Ideales en espacios topológicos y los axiomas de separación

TGD4. Franmary López 10:00–10:25
Caracterizaciones de Variedades Kaehlerianas a través de las Transformaciones Holomórficamente Proyectivas

---

Miércoles, 10:30–10:55

Refrigerio

Miércoles, 11:00–12:00

Conferencia Plenaria

Joe Diestel
Relación entre Medidas Invariantes y Métricas Invariantes

Miércoles, 02:30–04:25

Semblanza

Semblanza del Profesor Diomedes Bárcenas *a cargo de los Profesores* Hugo Leiva, Ramón Pino *y* Ricardo Ríos

---

Miércoles, 04:30–04:55

Refrigerio

Jueves 22 de Abril

Jueves, 08:30–10:25

Análisis

Aula 1

Coordinadores: Stefania Marcantognini y Luis Mármol

AN12. H. Martínez 08:30–08:55
La transformada fraccionaria de Fourier desde el punto de vista de la distribuición Delta

AN13. Carlos R. Carpintero F. 09:00–09:25
Teoremas de Weyl a través de subespacios cerrados

AN14. Orlando García 09:30–09:55
Sobre la propiedad (w) y perturbaciones por operadores de Riesz

AN15. Jesús R. Guillén R. 10:00–10:25
Operadores que satisfacen la Propiedad (R)

Ecuaciones Diferenciales Parciales y Física Matemática

Aula 7

Coordinadores: Álvaro Restuccia y Carmen Vanegas

EDP4. J. Bellorin 09:00–09:25
Vínculos de primera y segunda clase de la Gravedad de Horava

EDP5. Jean Pierre Veiro 09:30–09:55
Construcción de la Teoría de Yang–Mills para álgebras no asociativas

EDP6. A. Pérez 10:00–10:25
Formas Cuadráticas Negligibles Separadas de Cero

Grafos y Combinatoria

Aula 2

Coordinadores: Oscar Ordaz y Domingo Quiroz

GC1. Oscar Ordaz 08:30–08:55
La constante de Olson

GC2. Irene Santos 09:00–09:25
Una Cota Inferior para la Constante de Olson

GC3. Luz E. Marchán 09:30–09:55
Una Generalización con Pesos de dos Teoremas de Gao

GC4. Leida González 10:00–10:25
Números de Ramsey Baricéntrico y de Suma Cero

Historia de las Matemáticas

Aula 5

Coordinador: Douglas Jiménez

HIS1. José Heber Nieto Said 09:00–09:25
Arquímedes y el cálculo de áreas, volúmenes y centros de gravedad

HIS2. Fredy Enrique González 09:30–09:55
Reconstrucción Histórica de la Educación Matemática en Venezuela: Algunos Temas Pendientes

HIS3. Alexis Salcedo 10:00–10:25
La derivada desde Fermat hasta Weierstrass

Lógica

Aula 6

Coordinadores: Carlos Uzcátegui y José Mijares

LOG5. Janneth Arelis Diaz Casique 09:00–09:25
Relaciones de Consecuencia versus Relaciones Explicatorias

LOG6. Amilcar Mata 09:30–09:55
Fusión lógica de estados epistémicos complejos

LOG7. Mattia Medina Grespan 10:00–10:25
Taxonomía de los operadores de mejoramiento y cambio minimal

Modelos Matemáticos, Análisis Numérico y Aplicaciones

Aula 3

Coordinadores: Said Kas-Danouche, Brígida Molina y René Escalante

MAA12. Said Kas-Danouche 08:30–08:55
Análisis No Lineal de un Flujo Centro-Anular con un Filamento en el Eje Axial

MAA13. José Javier Salas 09:00–09:25
Diferentes Discretizaciones de un Modelo de Darcy-Forchheimer

MAA14. Gustavo Sánchez 09:30–09:55
Ascenso de Colina con Paso Lateral

MAA15. Maira A. Valera L. 10:00–10:25
Integración Analítica sobre un Elemento de Contorno Cuadrático Subparamétrico en Elasticidad Plana

Topología y Geometría Diferencial

Aula 4

Coordinadores: Jorge Vielma y Ennis Rosas

TGD5. Richard Malavé 09:00–09:25
Tensores $H-$Real Holomórficos sobre Variedades Complejas

TGD6. Luis Colón 09:30–09:55
Una Condición Necesaria para que una Variedad casi Hermitiana sea Anti-Tachibana

TGD7. Rodrigo Martínez Ordaz 10:00–10:25
Una Generalización del Principio de Hamilton, via Sistemas Mecánicos Dinámicos Equivalentes

Jueves, 10:30–10:55

Refrigerio

Jueves, 11:00–12:00

Conferencia Plenaria

Antonio Tineo
Dinámica de Poblaciones y Sistemas Depredador Presa

Jueves, 02:30–04:25

Análisis

Aula 1

Coordinadores: Stefania Marcantognini y Luis Mármol

AN16. Serguéi I. Iákovlev 02:30–02:55
Convergencia puntual de desarrollo espectral de operadores integrales

AN17. José Gascón Márquez 03:00–03:25
La integral de Daniell-Thiam para multifunciones

AN18. Mireya Bracamonte 03:30–03:55
El problema de Cauchy con valores en la frontera en espacios de Orlicz

AN19. Luis Gerardo Mármol Bosch 04:00–04:25
Teorema de Bárcenas-Diestel y ecuaciones diferenciales funcionales del tipo mixto

Ecuaciones Diferenciales Parciales y Física Matemática

Aula 7

Coordinadores: Álvaro Restuccia y Carmen Vanegas

EDP7. Yanett M. Bolívar 02:30–02:55
Pares asociados en el análisis de Cliford con parámetros

EDP8. Antonio Di teodoro 03:00–03:25
Problemas de Valores de Frontera en Álgebras de Clifford para los operadores D^n y $(D-\lambda)^n$

EDP9.Daniel Alayón Solarz 03:30–03:55
El teorema de representación integral de Cauchy para funciones holomorfas en números complejos generalizados de tipo elíptico

Grafos y Combinatoria

Aula 2
Coordinadores: Oscar Ordaz y Domingo Quiroz

GC5. Isabel Márquez 02:30–02:55
Contando átomos

GC6. Jean Carlos Liendo 03:00–03:25
El Álgebra de Hopf de un Operad Conjuntístico

GC7. Ysbel Rodríguez 03:30–03:55
Existencia de $k-$factores en Grafos Bipartitos Balanceados con Radio Pequeño

GC8. Ángel Tineo 04:00–04:25
Hamiltonicidad y Unión de Vecindades en Grafos Bipartitos Balanceados

Historia de las Matemáticas

Aula 5
Coordinador: Douglas Jiménez

HIS4. Julio Mosquera 02:30–02:55
Historia del Álgebra Lineal en la Educación Media

HIS5. Douglas Jiménez 03:00–03:25
De la antifairesis sin la aritmética implicada: el libro II de Euclides y la postura de Fowler

HIS6. José Gascón Márquez 03:30–03:55
Historia de la Integral de Multifunciones

HIS7. Tomás Guardia 04:00–04:25
Rithmomachia: La Batalla de los Números

Lógica

Aula 6
Coordinadores: Carlos Uzcátegui y José Mijares

LOG8. Carlos A. Di Prisco 02:30–02:55
Familias de Conjuntos de Números Naturales

LOG9. Claribet Piña Rangel 03:00–03:25
Partición de familias uniformes como espacios topológicos

LOG10. Franklin Galindo 03:30–03:55
La Propiedad de Subretículo no implica la Propiedad de Ramsey

LOG11. Jesús Nieto 04:00–04:25
Relaciones Canónicas en FIN_k

Topología y Geometría Diferencial

Aula 4
Coordinadores: Jorge Vielma y Ennis Rosas

TGD8. Tomás Guardia 02:30–02:55
Grupos de Lie Estratificados

TGD9. Ingrid Guerra 03:00–03:25
Una Aplicación de la Geometría Automática al Movimiento del Brazo de un Robot

TGD10. Eduardo Requena 03:30–03:55
Clasificación de los Haces de Cónicas en el plano proyectivo

TGD11. José Sanabria 04:00–04:25
Caracterizaciones de espacios mn-T_0 y mn-$T_{1/2}$

Jueves, 04:30–04:55

Refrigerio

Jueves, 05:00–05:55

Asamblea de la AMV

Viernes 23 de Abril

Viernes, 08:30–10:25

Análisis

Aula 1
Coordinadores: Stefania Marcantognini y Luis Mármol

AN20. Ángel Torcatt 09:00–09:25
Dinámica de un Modelo Depredador–Presa con Infección en la Presa

AN21. Daniel Alayón Solarz 09:30–09:55
Derivadas perpendicular y paralela para Cuaterniones, Cullen-regularidad y operador de Fueter

AN22. Maicol Ochoa 10:00–10:25
Problemas de interpolación en espacios de Sobolev

Grafos y Combinatoria

Aula 3
Coordinadores: Oscar Ordaz y Domingo Quiroz

GC9. Yusleidy Alcalá 08:30–08:55
Ciclos de Máxima Longitud en un Grafo Bipartito Balanceado 3-conexo

GC10. Lope Marín 09:00–09:25
Mejor cota con respecto a los parametros $k(G)$ y $\alpha_T^B(G)$ en Grafos Bipartitos Balanceados

GC11. Daniel Brito 09:30–09:55
Conjuntos Independientes Balanceados y Hamiltonicidad en Grafos Bipartitos Balanceados

GC12. Juan Otero 10:00–10:25
Un Nuevo Método para el Cálculo de la Constante de Olson k-baricéntrica

Historia de las Matemáticas

Aula 5
Coordinador: Douglas Jiménez

HIS8. José Heber Nieto Said 09:30–09:55
El Palimpsesto de Arquímedes

HIS9. Douglas Jiménez 10:00–10:25
El problema del área en los Elementos *de Euclides*

Lógica

Aula 6
Coordinadores: Carlos Uzcátegui y José Mijares

LOG12. Carlos Uzcátegui Aylwin 09:00–09:25
Ideales Ramsey, semiselectivos y Frechet

LOG13. José G. Mijares 09:30–09:55
Juegos Ideales para Conjuntos Ramsey

LOG14. Nerio Borges 10:00–10:25
Prueba combinatoria de la superfluidad de Π_1 *con respecto de NP*

Topología y Geometría Diferencial

Aula 4
Coordinadores: Jorge Vielma y Ennis Rosas

TGD12. Henry Ramirez 09:00–09:25
Nociones generalizadas de conjuntos y continuidad usando estructuras minimales

TGD13. Carlos R. Carpintero F. 09:30–09:55
Funciones ligeramente πg*-continuas*

TGD14. Ennis Rosas 10:00–10:25
Otras caracterizaciones de funciones (m, m')*-abiertas,* (m, m')*-cerradas y* (m, m')*-continuas*

Viernes, 10:30–10:55

Refrigerio

Viernes, 11:00–12:00

Conferencia Plenaria

Stefania Marcantognini
Una versión relajada del Teorema de Levantamiento del Conmutante en el marco de los Espacios de Krein

---

Conferencias Plenarias

Matrices Minimales y Curvas Mínimas en Variedades de Bandera

Prof. Lázaro Recht

Universidad Simón Bolívar

En algebras C^* en general, se definen elementos minimales en ciertas clases de equivalencia y se caracterizan. Se estudia el conjunto de las matrices hermitianas minimales, en el caso en que el algebra C^* consiste de las matrices 3×3 complejas, y el cociente se toma por la subálgebra de las matrices diagonales. Se describe completamente el conjunto de matrices minimales en este caso, particularmente por su relación con el problema geométrico de hallar las curvas minimales en variedades de banderas. Para la variedad de banderas de ´´cuatro rectas mutuamente ortogonales en C^4" se demuestra que existen infinitas curvas minimales que unen puntos arbitrariamente próximos. En el caso de la variedad de banderas de ´´tres rectas complejas mutuamente ortogonales en C^3" se demuestra que el fenómeno de curvas mínimas múltiples que unen puntos arbitrariamente próximos, no ocurre.

Relación entre Medidas Invariantes y Métricas Invariantes

Prof. Joe Diestel

Kent State University

Se hablará sobre dos resultados (y sus consecuencias): la hipótesis es que G es un grupo topológico metrizable localmente compacto en ambos. El primer resultado es de Chris Bandt y dice que si d es una métrica invariante a izquierda que define la topología de G, entonces los conjuntos d-isométricos tienen la misma medida de Haar a izquierda; la prueba es de especial interés. El segundo se resultado es de R.A. Struble y muestra como se puede usar la medida de Haar a izquierda para definir una métrica invariante a izquierda que defina la topología de G: nuevamente, la demostración dice más que el teorema sólo.

Dinámica de Poblaciones y Sistemas Depredador Presa

Prof. Antonio Tineo

Universidad de Los Andes

Comenzaremos con los detalles más elementales, concernientes a la evolución de una especie, para que el público no familiarizado pueda seguir el asunto. Después hablaremos de un sistem constituido por un depredador y una presa y finalmente nos centraremos en un problema abierto concerniente a un sistema tridiagonal predador-presa.

Un sistema tridiagonal describe la evolución de varias especies cuyo habitat es un segmento y tal que cada especie solo interactúa con sus vecinas. Un tal sistema se dirá depredador-presa si cualquiera dos especies vecinas forman un sistema depredador presa (en ausencia de las restantes especies). Nuestra conjetura es que es que un tal sistema posee un equlibrio globalmente asintóticamente estable, en caso que el sistema sólo cuente con recursos limitados.

Una versión relajada del Teorema de Levantamiento del Conmutante en el marco de los Espacios de Krein

Prof. Stefania Marcantognini

Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas y Universidad Simón Bolívar

Un desarrollo reciente en la teoría de levantamiento es la versión "relajada"del Teorema de Levantamiento del Conmutante debida a C. Foias, A.E. Frazho y M.A. Kaashoek [5]. El del Levantamiento del Conmutante Relajado puede interpretarse como un teorema de existencia de soluciones de un problema abstracto de interpolación. El conjunto de datos del problema es $\{C, T, V_T, R, Q\}$ y consta de cinco operadores que actúan en espacios de Hilbert: una contracción $C : \mathcal{E} \to \mathcal{H}$, una contracción $T : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ con dilatación isométrica minimal $V_T : \mathcal{K}_T \to \mathcal{K}_T$ (de modo que $\mathcal{K}_T$ es el menor espacio de Hilbert que contiene a $\mathcal{H}$ y a las órbitas $V_T^n \mathcal{H}$ para todo $n = 1, 2, 3, \cdots$, al tiempo que V_T es una isometría en $\mathcal{K}_T$ tal que $P_{\mathcal{H}}^{\mathcal{K}_T} V_T^n|_{\mathcal{H}} = T^n$ para todo $n = 1, 2, 3, \cdots$, donde $P_{\mathcal{H}}^{\mathcal{K}_T}$ es la proyección ortogonal de $\mathcal{K}_T$ sobre $\mathcal{H}$) y dos operadores lineales y acotados $R, Q : \mathcal{E}_0 \to \mathcal{E}$. Los operadores dados satisfacen las relaciones

$$TCR = CQ \quad \text{y} \quad R^*R \leq Q^*Q.$$

El problema de levantamiento consiste en hallar una contracción $D : \mathcal{E} \to \mathcal{K}_T$ tal que

$$P_{\mathcal{H}}^{\mathcal{K}_T} D = C \quad \text{y} \quad V_T D R = D Q.$$

Los interpolantes de $\{C, T, V_T, R, Q\}$ son todos las contracciones D que satisfacen las restricciones métricas impuestas.

El célebre Teorema de Levantamiento del Conmutante [10] aparece en el contexto de la versión relajada cuando $R = 1$ (la identidad en $\mathcal{E}$, de manera que $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}$) y Q es una isometría en $\mathcal{E}$. Es así que $R^*R = 1 = Q^*Q$ en este caso. Así mismo, la generalización del Teorema de Levantamiento del Conmutante de S. Treil y A. Volberg [11], la versión "ponderada"debida a A. Biswas, C. Foias y A. E. Frazho [2] y un amplio abanico de problemas diversos de extensión, levantamiento e interpolación están incluídos en el esquema relajado.

Una vez establecida la existencia de interpolantes, el problema de describirlos y catalogarlos aparece de manera natural y, bajo la óptica de las aplicaciones a situaciones concretas, cobra especial relevancia. Descripciones de los interpolantes en el Teorema de Levantamiento del Conmutante Relajado han sido presentadas por A.E. Frazho, S. ter Host y M.A. Kaashoek en [6] y [7], por W.S. Li y D. Timotin en [8], y en [9].

Extensiones del Teorema de Levantamiento del Conmutante al ámbito de los espacios de Kreĭn fueron obtenidas en varios casos particulares por diversos autores y con toda generalidad por M.A. Dritschel (Ph.D Dissertation, University of Virginia, 1989). En [4] el enfoque adoptado en [3] combinado con una revisión exhaustiva del modelo de Arov-Grossman en el marco de los espacios de Kreĭn permitió obtener el catálogo de todos los interpolantes en el Teorema de Levantamiento del Conmutante para operadores contractivos en espacios de Kreĭn. Es así que el resultado de Dritschel (existencia) y los resultados reportados en [3] (catálogo) se constituyen en los primeros desarrollos de la teoría de levantamiento en espacios de Kreĭn en el marco del Teorema de Levantamiento del Conmutante, en paralelo con la que ha sido su progresión en el contexto de los espacios de Hilbert.

Cuando, de considerar espacios de Hilbert, pasamos a considerar espacios de Kreĭn, debemos tomar en cuenta que hay diferencias significativas entre los operadores contractivos en espacios de Hilbert y sus iguales en espacios de Kreĭn. Por ejemplo, un operador contractivo T de un espacio de Kreĭn $\mathcal{H}$ en un espacio de Kreĭn $\mathcal{K}$ puede no ser continuo y su adjunto T^* puede no resultar en una contracción. Cuando ambos T y T^* son contractivos, decimos que T es una bicontracción. Bien podemos decir que, para los espacios de Kreĭn, la noción que corresponde a la de operador contractivo en espacios de Hilbert es la de bicontracción continua. Bajo esta interpretación no luce sorprendente que las primeras versiones del Teorema de Levantamiento del Conmutante en espacios de Kreĭn consideraran bicontracciones continuas. Nos proponemos recorrer el mismo curso y extender el Teorema de Levantamiento del Conmutante Relajado a espacios de Kreĭn en el caso que el operador T es una bicontracción continua.

Presentamos una tal extensión y una descripción paramétrica de los interpolantes correspondientes. Usamos el método de acoplamiento para obtener, a partir del conjunto $\{C, T, V_T, R, Q\}$ de cinco operadores en espacios de Kreĭn, con T bicontracción continua, una bicontracción continua X (el operador acoplado) en un espacio de Kreĭn (el espacio acoplado) y mostramos que los interpolantes de $\{C, T, V_T, R, Q\}$ pueden obtenerse a partir de las débil-dilataciones unitarias minimales por espacio de Hilbert agregado de X. Construímos una versión en espacios de Kreĭn del modelo de Arov y Grosssman [1] y la usamos para obtener, dada cualquier bicontracción continua en un espacio de Kreĭn, un catálogo de sus débil-dilataciones unitarias minimales por espacio de Hilbert agregado, para luego presentar una descripción paramétrica de los interpolantes en el caso bajo estudio. Resulta que la descripción paramétrica d e los interpolantes está dada por un mapa sobre cierto conjunto de funciones de Schur (los parámetros) y establece una correspondencia uno-a-uno entre los parámetros y los interpolantes en el caso particular del Teorema de Levantamiento del Conmutante para bicontracciones en espacios de Kreĭn.

Referencias

[1] D.Z. Arov, L.Z. Grossman, *Scattering matrices in the theory of unitary extensions of isometric operators*, Math. Nachr., **157**(1992), 105–123.

[2] A. Biswas, C. Foias, A.E. Frazho, *Weighted commutant lifting*, Acta Sci. Math (Szeged) **65**(1999), 657–686.

[3] A. Dijksma, M.A. Dritschel, S.A.M. Marcantognini, H.S.V. de Snoo, *The commutant lifting theorem for contractions on Kreĭn spaces*, Operator Theory: Adv. Appl., Vol. **61**, Birkhäuser, Basel, 1993, 65–83.

[4] A. Dijksma, S.A.M. Marcantognini, H.S.V. de Snoo, *A Schur type analysis of the minimal unitary Hilbert space extensions of a Kreĭn space isometry whose defect subspaces are Hilbert spaces*, Z. Anal. Anwendungen **13**(1994), No. 2, 233–260.

[5] C. Foias, A.E. Frazho, M.A. Kaashoek, *Relaxation of metric constrained interpolation and a new lifting theorem*, Integral Equations Operator Theory, **42**(2002), 253–310.

[6] A.E. Frazho, S. ter Horst, M.A. Kaashoek, *Coupling and relaxed commutant lifting*, Integral Equations Operator Theory, **54**(2006), 33–67.

[7] A.E. Frazho, S. ter Horst, M.A. Kaashoek, *All solutions to the relaxed commutant lifting problem*, Acta Sci. Math. (Szeged), **72**(2006), No. 1-2, 299–318.

[8] W.S. Li, D. Timotin, *The relaxed intertwining lifting in the coupling approach*, Integral Equations Operator Theory, **54**(2006), 97–111.

[9] S.A.M. Marcantognini, M.D. Morán, *A Schur analysis of the minimal weak unitary dilations of a contraction operator and the Relaxed Commutant Lifting Theorem*, Integral Equations Operator Theory, **64**(2009), 273–299.

[10] B. Sz.-Nagy, C. Foiaş, *Harmonic analysis of operators on Hilbert space*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam-London, 1970.

[11] S. Treil, A. Volberg, *A fixed point approach to Nehari's problem and its applications*, en *Toeplitz Operators and Related Topics (Santa Cruz, CA, 1992), The Harold Widom Anniversary Volume*, Operator Theory: Adv. Appl., Vol. **71**, Birkhäuser, Basel, 1994, 285–296.

Sesiones

Álgebra

Coordinadores: Aurora Olivieri y Amílcar Pérez

ATN1

Una cota inferior para el radio espectral de un digrafo

Elías Gudiño[1], **Juan Rada**[2]

[1]*Departamento de Matematicas, Universidad Simón Bolivar, Caracas 1080-A, Venezuela*
eliasg@ma.usb.ve
[2]*Departamento de Matematicas, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela*
juanrada@ula.ve

Demostramos que el radio espectral $\rho(D)$ de un digrafo D con n vertices y c_2 caminos cerrados de longitud 2 satisface $\rho(D) \geq \frac{c_2}{n}$. Más aún, la igualdad ocurre si, y sólo si, D es un digrafo simétrico asociado a un grafo $\frac{c_2}{n}$-regular, más algunos arcos que no pertenecen a ciclos. Como una aplicación de este resultado, construimos nuevas cotas superiores para la energía de un digrafo.

Referencias

[1] R. Brualdi, Spectra of digraphs, Linear Algebra Appl., in press, doi: 10.1016/j.laa.2009.02.033.

[2] L. Collatz and U. Sinogowitz, Spektren endlicher Grafen, Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg 21 (1957), 63-77.

[3] D.M. Cvetković, M. Doob and H. Sachs, *Spectra of graphs*. Academic Press, New York 1980.

[4] I. Gutman, The energy of a graph. Ber. Math.-Statist. Sekt. Forschungszentrum Graz 103 (1978) 1-22.

[5] R. Horn and C. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1985.

[6] L. Yu. Kolotilina, Lower bounds for the Perron root of a nonnegative matrix, Linear Algebra Appl., 180 (1993) 133-151.

[7] J.H. Koolen and V. Moulton, Maximal Energy Graphs, Adv. Appl. Math. 26 (2001) 47-52.

[8] W. López and J. Rada, Equienergetic digraphs, Int. Journal Pure and Appl. Math. 36 (2007), no. 3, 361-372.

[9] V. Nikiforov, The energy of graphs and matrices, J. Math. Anal. Appl. 326 (2007) 1472-1475.

[10] V. Nikiforov, Graphs and matrices with maximal energy, J. Math. Anal. Appl. 327 (2007) 735-738.

[11] I. Peña and J. Rada, Energy of digraphs, Lin. Multilin. Alg. Vol. 56, No. 5, 565-579 (2008).

[12] J. Rada, The McClelland inequality for the energy of digraphs, Linear Algebra Appl., 430 (2009) 800-804.

[13] J. Rada, Lower bounds for the energy of digraphs, Linear Algebra Appl., in press, doi: 10.1016/j.laa.2009.02.007.

ATN2

Álgebras N-Diferenciales Graduadas Perversas

Alejandro Ollarves

Universidad Central de Venezuela
alejandro.ollarves@ciens.ucv.ve

El concepto de álgebra perversa fue introducido por [8] dentro del contexto de formas perversas sobre pseudovariedades estratificadas , y resulta ser una estructura fundamental para la cohomología de intersección [8].

Por otro lado la teoría de N-complejos [6] [7] se ha aplicado para generalizar las álgebras diferenciales graduadas [2] obteniendo diversos ejemplos geométricos interesantes [1] [3] y son de interés físico [4] [5].

El objetivo del presente trabajo es unificar ambas estructuras de manera adecuada. Dicha álgebra sería una nueva estructura no considerada anteriormente, la cual extiende tanto la noción de álgebra perversa como la noción de álgebra N-diferencial graduada, de forma tal que se preserven las propiedades y resultados básicos de ambas teorías.

Referencias

[1] M. Angel, R. Díaz, *N-flat connections.* Geometric and Topological Methods for Quantum Field Theory, Contemp. Math., 432, Amer. Math. Soc., 2007, 1-36.

[2] M. Angel, R. Díaz, *N-differential graded algebras.* J. Pure App. Alg. 210, 2007, 673-683.

[3] M. Dubois-Violette, *Generalized differential spaces with $d^N = 0$ and the q-differential calculus*. Czech J. Phys. 46, 1996, 1227-1233.

[4] M. Dubois-Violette, M. Henneaux, *Generalized cohomology for irreducible tensor fields of mixed Young symmetry type*. Lett. Math. Phys. 49, 1999, 245-252.

[5] M. Henneaux, *N-Complexes and Higher Spin Gauge Fields.* Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. 5, 2008, 1255-1263,

[6] M. Kapranov, *On the q-analog of homological algebra.* Preprint, Cornell University, 1991; q- alg/9611005.

[7] W. Mayer, *A new homology theory*. Annals of Matematics. Vol. 43. No 2, 1942, 370-380.

[8] M. Saralegui-Aranguren y G. Padilla, *Intersection cohomology of the circle actions*. Topology and its Applications Vol. 154, 2007, 2764-2770

ATN3

Isomorfismos entre Grafos de Cayley de los grupos $\mathbb{Z}_{2k}$ y D_k

José G. Fernandes D.

Universidad Simón Bolívar
04-83673@usb.ve

Si H es un subconjunto de un grupo finito Γ tal que $e \notin H$ (donde e es el elemento identidad de Γ), $H^{-1} := \{h^{-1} : h \in H\}$ y $[H] := H \cup H^{-1}$, definimos el *grafo de Cayley generado por H en* Γ (denotado por $\Gamma(H)$) como el grafo cuyo conjunto de vértices es $V(\Gamma(H)) := \Gamma$ y tiene por conjunto de lados a:

$$E(\Gamma(H)) := \Big\{\{x, y\} : x^{-1}y \in [H]\Big\}.$$

El estudio de estos grafos forma parte de la Teoría Algebraica de Grafos. Los grafos de Cayley han sido ampliamente estudiados en los últimos años, uno de los problemas principales en esta teoría es el problema de isomorfismo: Dados dos grupos finitos Γ_1 y Γ_2 con un mismo orden, determinar cuando un grafo de Cayley de Γ_1 es isomorfo a uno en Γ_2. En [1, 2] y [4] se resuelve este problema para clases especiales de grafos usando argumentos avanzados de Teoría de grupos.

En este trabajo propondremos un método elemental y general para resolver este problema y lo aplicaremos a los grupos $\mathbb{Z}_{2k}$ y D_k, obteniendo que todo grafo de Cayley de un grupo cíclico de orden par, es isomorfo a un grafo de Cayley del grupo Dihedral correspondiente, además mostramos mediante la construcción de un contraejemplo, que el recíproco es falso.

Referencias

[1] B. Alspach, T.D. Parsons *Isomorphim of circulant graphs and digraphs.* Discrete Mathematics **25**, (1979), 97-108.

[2] D.Ź. Djoković *Isomorphism problem for a special class of graphs.* Acta Math. Hungar. **21**, (1970), 267-270.

[3] J.G. Fernandes D., R.E. Giudici *Isomorphism between Cayley (di)graphs* Discrete Mathematics **305**), (2005), 361-364.

[4] A. Joseph, *The isomorphism problem for Cayley digraphs on groups of prime-squared order.* Discrete Mathematics **141**, (1995), 173-183.

ATN4

Envolturas de Anillos Conmutativos

Rafael Parra, Manuel Saorín

Departamento de Cálculo, Escuela Básica,
Facultad de Ingenieríia,
Universidad de Los Andes
Mérida 5101 - A, Venezuela
rafaelparra@ula.ve
Departamento de Matemáticas,
Universidad de Murcia, Aptdo 4021.
30100 Espinardo, Murcia, Spain
msaorinc@um.es

Dada una clase significativa de anillos conmutativos $\mathcal{F}$, estudiamos las condiciones precisas bajo las cuales un anillo conmutativo R tiene una $\mathcal{F}-$envoltura. Cuando $\mathcal{F}$ es la clase de Anillos Noetherianos, se obtienen respuestas completas cuando la dimensión de Krull del anillo es cero. Además se estudian otras clases importantes.

Referencias

[1] Anderson, F.W.; Fuller, K.R.: *Rings and categories of modules*, 2nd edition. Springer-Verlag, 1992.

[2] Atiyah M.F.; MacDonald, I.G.: *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley Publishing Company, 1969.

[3] Auslander, M.; Reiten, I.: *Applications of contravariantly finite subcategories*. Adv. Math. **86**(1) (1991), 111-152.

[4] Auslander, M.; Smal∅, S.O.: *Preprojective modules over Artin algebras*. J. Algebra **66**(1) (1980), 61-122.

[5] Bican, L.; El Bashir; Enochs, E.E.: *All modules have flat covers*. Bull. London Math. Soc **33** (2001), 385-390.

[6] Eakin Jr., P.M.: *The converse of a well-known theorem on Noether rings*. Math. Ann. **177** (1968), 278-282.

[7] Enochs, E.E.: *Injective and flat covers, envelopes and resolvents*. Israel J. Math. 39 (1981), no. 3, 189–209.

[8] Formanek, E. and Jategaonkar, A.V.: *Subrings of Noetherian rings*. Proc. Amer. Math. Soc. **46**(2) (1974), 181-186.

[9] Hartshorne, R.: *Algebraic Geometry*, 6th edition. Springer-Verlag (1993).

[10] Kunz, E.: *Introduction to commutative algebra and algebraic geometry*, Birkhauser 1985.

[11] Matsumura, H.: *Commutative ring theory*, Cambridge University Press, 1989.

[12] Mitchell, B.: *Theory of categories*, 4th edition. Academic Press (1965). Also at http://books.google.es/books?id=hgJ3pTQSAd0C

[13] Murfet, D.S.: *The mock homotopy category of projectives and Grothendieck duality*. Ph. Thesis. Austral. Nat. University (2008)

[14] Neeman, A.: *The homotopy category of flat modules and Grothendieck duality*. Invent. Math. **174** (2008), 255-308.

[15] Stenström, B.: *Rings of quotients*, Springer-Verlag, 1975.

ATN5

Casi Preenvolturas de Anillos Conmutativos

Carlos Parra, Rafael Parra, Juan Rada

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias,
Universidad de Los Andes
Mérida 5101 - A, Venezuela
carlosparra@ula.ve
Departamento de Cálculo, Escuela Básica,
Facultad de Ingenieriía,
Universidad de Los Andes
Mérida 5101 - A, Venezuela
rafaelparra@ula.ve
Departamento de Matemáticas
Universidad Simón Bolívar
Caracas 1080 - A, Venezuela
juanrada@usb.ve

En primer lugar introducimos el concepto de ideal superfluo de un anillo R. Seguidamente, en este trabajo caracterizamos los ideales superfluos de un anillo: son precisamente los ideales contenidos en $J(R)$, el radical de Jacobson de R. Luego, introduciremos el concepto de casi preenvoltura de un anillo. Como es natural, demostramos que se trata de una extensión del concepto de la preenvoltura de un anillo, es decir, toda preenvoltura es una casi preenvoltura. También mostramos una casi preenvoltura de un anillo que no es preenvoltura.

Nuestro interés en este trabajo es estudiar las casi $\mathcal{H}$-preenvolturas de un anillo cuando $\mathcal{H} \subseteq \mathcal{C}Rings$, la clase de anillos conmutativos. Es suficiente estudiar las casi $\mathcal{H}$-preenvolturas para los anillos conmutativos. Comenzamos entonces considerando una clase $\mathcal{H} \subseteq \mathcal{S}Rings$, la clase de los anillos semiprimitivos, en esta clase que son equivalentes las definiciones casi preenvoltura y preenvoltura de un anillo. Como casos particulares, caracterizamos los anillos que tienen casi preenvolturas en las clase de los cuerpos y los que tienen casi preenvolturas en la clase de los anillos semisimples. Otro ejemplo de anillos semiprimitivos que consideramos fueron los anillos von Neumann regular. En este caso logramos demostrar que si el anillo tiene K-$\dim(R) = 0$ entonces R tiene una casi preenvoltura regular.

Luego, saliendo de la clase de los anillos semiprimitivos, demostramos que los anillos con nilradical primo son precisamente los que tienen casi preenvolturas en la clase de los dominios enteros, mientras que en la clase de los anillos locales, sólo los anillos locales las tienen.

Referencias

[1] F. Anderson y K. Fuller, Rings and Categories of Modules. New York: Springer-Verlag. 1974.

[2] M. Atiyah y I. Macdonald, Introducción al Álgebra Conmutativa. Editorial Reverté. 1973.

[3] R. Baer, Abelian groups that are direct summands of every containing abelian group, Bulletin of the American Mathematical Society, 1940, 46, 800 - 806.

[4] H. Bass, Finitstic dimension and a homological generalization of semi-primaryrings, Trans. Amer. Math. Soc., 1960, 95, 466 - 488.

[5] L. Bican y B. Torrecillas, Almost precovers. Comm Algebra, 2002, 30: 477 - 487.

[6] B. Eckmann and A. Schopf, Über injektive moduln, Archiv der Mathematik, 1953, 4, 75 - 78.

[7] E. Enochs, Injective and flat covers, envelopes and resolvents, Israel J. Math., 1981, 39, 189 - 209.

[8] E. Kunz, Introduction to Commutative Algebra and Algebraic Geometry, Birkhäuser. 1991

[9] M. Lixin y D. Nanqing, On almost precovers and almost preenvelopes, Acta Mathematica Scientia 2006, 26B (3): 395-400.

[10] R. Parra and M. Saorín, *Envelopes of commutative rings*, arXiv:0906.4357v1 [math.AC].

ATN6

Cotorsion Pairs in C(R-Mod)

Diego Bravo[1], Edgar E. Enochs[2], Alina C. Iacob[3], Overtoun M. G. Jenda[4], Juan Rada[5]

[1]*Departamento de Matematicas, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela*
dbravo@ula.ve
[2]*Department of Mathematics, University of Kentucky, Lexington, KY 40506-0027, USA*
enochs@ms.uky.edu
[3]*Department of Mathematics, Georgia Southern University, Statesboro, GA 30460, USA*
aiacob@georgiasouthern.edu
[4]*Department of Mathematics and Statistics, Auburn University, Auburn, AL 36849-5310, USA*
jendaov@auburn.edu
[5]*Departamento de Matematicas, Universidad Simón Bolivar, Caracas 1080-A, Venezuela*
juanrada@usb.ve

En 1979 L. Salce introdujo la noción de un par de cotorsión $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ en la categoría de grupos abelianos. Sus definiciones y resultados básicos se pueden llevar a categorías abelianas más generales demostrando ser útiles en variedades de contextos. En este artículo consideraremos pares de cotorsión completos $(\mathcal{C}, \mathcal{D})$ en la categoría $\mathbf{C}(\mathbf{R}\text{-Mod})$ de complejos de R-módulos sobre un anillo R. Si $(\mathcal{C}, \mathcal{D})$ is un par tal y si $\mathcal{C}$ es cerrado bajo suspensión, demostraremos que cuando consideramos $\mathcal{C}$ y $\mathcal{D}$ como subcategorías de la categoría homotópica $\mathbf{K}(R\text{-Mod})$ entonces los funtores de inmersión $\mathcal{C} \rightarrow \mathbf{K}(R\text{-Mod})$ y $\mathcal{D} \rightarrow \mathbf{K}(R\text{-Mod})$ tienen adjuntos por la derecha y por la izquierda respectivamente. En orden de encontrar ejemplos para tales pares, describiremos un procedimiento usando los resultados de Hovey en [9] para encontrar estructuras de modelos en $\mathbf{C}(R\text{-Mod})$.

Referencias

[1] W.G. Dwyer and J.P.C. Greenlees, *Complete and torsion modules*, Amer. J. Math. **124** (2002), 199-220.

[2] P.C. Eklof and J. Trlifaj, *How to make Ext vanish*, Bull. London Math. Soc. **33** (2001), 41-51.

[3] E.E. Enochs and O.M.G. Jenda, Relative Homological Algebra, de Gruyter Ex. Math. volume **30**, Walter de Gruyter & Co., Berlin, 2000.

[4] E.E. Enochs, O.M.G. Jenda and J. Xu, *Orthogonality in the category of complexes* Math. J. Okayama Univ. **38** (1996), 25-46.

[5] E.E. Enochs, A.C. Iacob and O.M.G. Jenda, *Closure under transfinite extensions*, Illinois J. Math. **51** (2007), 561-569.

[6] J. Gillespie, *The flat model structure on Ch(R)*, Trans. Amer. Math. Soc. **356**, (2004), 3369-3390.

[7] J. Gillespie, *The flat model structure on complexes of sheaves*, Trans. Amer. Math. Soc. **358**, (2006), 2855-2874.

[8] J. Gillespie, *Cotorsion pairs and degreewise homological model structures*, Homology, Homotopy and Applications **10** (2008), 283-304.

[9] M. Hovey, *Cotorsion theories, model category structures, and representation theory*, Math. Zeit. **241** (2002), 553- 592.

[10] A. Neeman, *The homotopy category of flat modules, and Grothendieck duality*, Invent. Math. **174** (2008), 255-308.

[11] A. Neeman, *Some adjoints in homotopy categories*, to appear in Annals of Math.

[12] L. Salce, *Cotorsion theories for abelian groups*, Symposia Mathematica **23** (1979), 11-23.

[13] J. Šťovíček and J. Trlifaj, *Generalized Hill Lemma, Kaplansky theorem for cotorsion pairs and some applications*, Rocky Mt. J. Math. **39** (2009), 305-324.

ATN7

T-motivos de Anderson son análogos de las variedades abelianas con multiplicación para cuerpos cuadráticos imaginarios

Dmitry Logachev

Universidad Simón Bolívar
logachev@usb.ve

Un T-motivo de Anderson de rango r y dimensión n es un análogo de una variedad abeliana A con multiplicación para un cuerpo cuadrático imaginario K de dimensión r y signatura $(n, r-n)$. Esta analogía nos permite de obtener 2 nuevos teoremas elementales sobre las dichas variedades. Primero, podemos asociar a A un espacio vectorial sobre K de dimensión r en el espacio complejo $\mathbb{C}^n$. Segundo, si $n = 1$ entonces podemos definir la potencia exterior k-ésima de A.

La demostración de ambos estos teoremas no utiliza ninguna información sobre los T-motivos, esta información solamente inspira el método de la demostración.

Referencias

[1] D. Logachev: *Anderson T-motives are analogs of abelian varieties with multiplication by imaginary quadratic fields*, arXiv:0907.4712v1 **[math.NT]**, 2009.

ATN8

El número de generadores de ideales maximales en anillos de series formales

Victor Ramirez

Departamento de Matemáticas puras y Aplicadas,
Universidad Simón Bolívar,
Edo. Miranda, 89000, Venezuela
vicrramirez@yahoo.com

Sea A el anillo de series formales en $n > 0$ variables con coeficientes en un anillo (commutativo con $1 \neq 0$) R, y sea M un ideal maximal finitamente generado de A. En este trabajo se probará que

$$v(M) = v(MA_M).$$

Aquí $v(I)$ denota el mínimo número de generadores del ideal I.

Referencias

[1] E.D. Davis and A.V. Geramita. *Efficient generation of maximal ideals in polynomial rings*. Trans. Am. Math. Soc. 231, 493-505(1977).

[2] I. Kaplansky, *Commutative Rings*, Allyn and Bacon, 1970

ATN9

Sobre la infinitud de primos algebraicos

Amílcar J. Pérez A., Eugenio V. Rodríguez M.

Universidad Simón Bolívar
ajperez@ma.usb.ve

Sea K un cuerpo numérico y $\mathcal{O}_K$ su anillo de enteros algebraicos. Este anillo aunque es un dominio de factorización, en general, no es un Dominio de Factorización Única (DFU). Una forma de "recuperar" la factorización única implica pasar al contexto de los ideales de $\mathcal{O}_K$. Sin embargo, es posible construir un anillo más grande $\mathcal{O}$, con K como cuerpo de fracciones y que sea un DFU. En esta charla responderemos a la pregunta ¿existen infinitos primos en un tal anillo $\mathcal{O}$?

Referencias

[1] Diamond H.G., Pollard H.: *The theory of algebraic numbers*, Math. Assn. Amer., 1975.

[2] Knapp, A.W.: *Elliptic Curves*. Mathematical Notes, Princeton University Press, 1992.

[3] Marcus, D. A.: *Number Fields*. Springer-Verlag, 1977.

[4] Pérez, A., Rodríguez, E.: *A note on the infinitude of prime algebraic numbers*, en preparación.

Análisis

Coordinadores:
Stefania Marcantognini y Luis Mármol

AN1

Una condición para la continuidad de grupos de operadores unitarios en espacios de Pontryagin

Ramón Bruzual, Marisela Domínguez

Universidad Central de Venezuela
ramon.bruzual@ciens.ucv.ve
Universidad Central de Venezuela
marisela.dominguez@ciens.ucv.ve

En este trabajo se demuestra el siguiente resultado.

Si $(\Omega, \cdot)$ es un grupo localmente compacto, $\mathcal{G}$ es un espacio de Pontryagin separable y $(T_\omega)_{\omega\in\Omega} \subset L(\mathcal{G})$ es un grupo débilmente medible de operadores unitarios entonces $(T_\omega)_{\omega\in\Omega}$ es fuertemente continuo.

Este resultado es una generalización a espacios de Pontryagin de un resultado análogo dado para espacios de Hilbert por A. Devinatz.

Referencias

[1] R. Bruzual and M. Domínguez, *On measurable operator valued indefinite functions with a finite number of negative squares.* Journal of Operator Theory **50**, (2003), 297-310.

[2] A. Devinatz, *On measurable positive definite operator functions*, Journal London Math. Soc. **35** (1960), 417-424.

AN2

Extensiones Unitarias de Isometrías Parciales

Nieves Amoretti, Marisela Domínguez

Universidad Pedagógica Experimental Libertador,
Instituto Pedagógico de Miranda
namoretti@gmail.com
Universidad Central de Venezuela
marisela.dominguez@ciens.ucv.ve

Si $(S_{(n,m)})_{(n,m)\geq(0,0)}$ es una familia multiplicativa de isometrías parciales en $\mathbb{Z}^2$ con el orden lexicográfico, entonces $A = S_{(1,0)}$ y $B = S_{(0,1)}$ cumplen lo siguiente: $\mathcal{D}_B \subseteq \mathcal{D}_{A^k}$, $\mathcal{R}_B \subseteq \mathcal{R}_{A^k}$ para todo $k \geq 0$ y $\langle A^{-k}Bf, Bg\rangle_\mathcal{E} = \langle f, A^k g\rangle_\mathcal{E}$ para todo $k \geq 0$, $f, g \in \mathcal{D}_B$.

Sean $\widetilde{A}$ y $\widetilde{B}$ extensiones unitarias conmutativas de A y B. Se da una condición suficiente para que $(\widetilde{A}^n \widetilde{B}^m)_{(n,m)\in\mathbb{Z}^2}$ sea una extensión unitaria de la familia dada.

Referencias

[1] N. Amoretti, M. Domínguez. *Unitary extensions of partial isometries.* Mathematische Nachrichten, aceptado en el año 2009.

[2] R. Arocena. *On the Extension Problem for a class of translation invariant positive forms.* J. Operator Theory, **21**, (1989), 323 - 347.

[3] R. Bruzual, M. Domínguez. *Extensions of operator valued positive definite functions on an interval of $\mathbb{Z}^2$ with the lexicographic order.* Acta Sci. Math. (Szeged) 66 (2000), 623-631.

[4] R. Bruzual, M. Domínguez. *Equivalence between the dilation and lifting properties of an ordered group through multiplicative families of isometries. A version of the commutant lifting theorem on some lexicographic groups.* Integral Equations Oper. Theory 40 (2001) 1-15.

[5] B. Sz.-Nagy. *Sur les contractions de l'espace de Hilbert.* Acta Sci. Math. 15, 87-92 (1953).

[6] B. Sz.-Nagy, C. Foias. *Harmonic analysis of operators on Hilbert space.* North Holland Publishing Co. (1970).

AN3

Acotación de formas de Toeplitz y números singulares asociados a formas de Hankel definidas sobre el plano lexicográfico

Marisela Domínguez, Jesús M. Varela M.

Universidad Central de Venezuela
marisela.dominguez@ciens.ucv.ve
Universidad del Zulia
jesvar21@hotmail.com

En este trabajo se consideran los números singulares de operadores de tipo Hankel, se plantean problemas relacionados con el teorema del levantamiento de las formas de Toeplitz, el teorema de Nehari y el teorema de Adamjan, Arov y Krein. Se dan algunas soluciones en el caso de Z^2, con el orden lexicográfico.

Referencias

[1] M. Cotlar and C. Sadosky. *Abstract, Weighted and multidimensional Adamjan-Arov-Krein theorems, and the singular numbers of Sarason conmutants.* Int. Eq. and Op. Theory, **17** (1993), 170 - 201.

[2] M. Cotlar and C. Sadosky. *Nonlinear liftings theorems, integral representations and stationary processes in algebraic scattering systems* Operator Th. Adv and Appl. **41** (1989), 97-123.

[3] R. Bruzual and M. Domínguez. *Dilatación, extensión y representación de formas definidas positivas.* Publicaciones del Postgrado en Matemática de la Facultad de Ciencias de la UCV, 30 Aniversario (2006).

[4] M. Cotlar, R. Bruzual, P. Alegría, M. Domínguez, J. Giménez y S. Marcantognini. *Extensión y representación de formas invariantes en la teoría de interpolación, predicción y dilatación.* Tercera Escuela Venezolana de Matemáticas (1990).

AN4

Medidas de Carleson en Espacios Tipo Dirichlet

Gerardo R. Chacón P.

Universidad de los Andes
grchacon@ula.ve

Dada una medida de Borel positiva μ definida sobre la frontera del disco unitario $\partial\mathbb{D}$, sea φ_μ la función armónica positiva definida sobre el disco unitario $\mathbb{D}$ como

$$\varphi_\mu(z) = \int_0^{2\pi} \frac{1-|z|^2}{|e^{it}-z|^2}\frac{d\mu(t)}{2\pi}.$$

El Espacio tipo Dirichlet $D(\mu)$ está definnido como el espacio de todas las funciones analíticas en $\mathbb{D}$ tales que

$$\int_{\mathbb{D}} |f'(z)|^2 \varphi_\mu(z) dA(z) < \infty$$

donde dA denota la medida de área de Lebesgue normalizada en $\mathbb{D}$. Si $\mu = 0$ definimos $D(\mu) := H^2$, el Espacio de Hardy en el disco unitario. Estos espacios surgen de manera natural en la caracterización de operadores 2-isométricos analíticos [2]

Diremos que una medida positiva de Borel ν en $\mathbb{D}$ es una medida de Carleson para $D(\mu)$ si existe una constante $C > 0$ tal que para toda función $f \in D(\mu)$ se satisface la siguiente desigualdad:

$$\int |f|^2 d\nu \leq C\|f\|^2_{D(\mu)}.$$

Caracterizaremos geométricamente las medidas de Carleson haciendo uso de una desigualdad maximal en el espacio $D(\mu)$ contestando de esta manera una pregunta de Chartrand [1].

Referencias

[1] R. Chartrand, *Multipliers and Carleson measures for $D(\mu)$*, Integr. eq. oper. theory **45** (2003),309-318.

[2] S. Richter, *A representation Theorem for cyclic analytic two-isometries*, Trans. Amer. Math. Soc. **328** (1991), 325-349.

AN5

Operadores de composición sobre espacios tipo Bloch-Orlicz

Julio C. Ramos Fernández

Departamento de Matemática, Universidad de Oriente, Venezuela
julio.ramos.fernandez@gmail.com

Sea $\mathbb{D}$ el disco unitario en el plano complejo y $H(\mathbb{D})$ el espacio de las funciones analíticas sobre $\mathbb{D}$. El espacio de Bloch, denotado por $\mathfrak{B}$, está formado por las funciones $f \in H(\mathbb{D})$ tales que

$$\|f\|_{\mathfrak{B}} = \sup_{z\in\mathbb{D}} \left(1-|z|^2\right)\left|f'(z)\right| < \infty.$$

Es conocido que $\mathfrak{B}$ es un espacio de Banach con la norma

$$\|f\| = |f(0)| + \|f\|_{\mathfrak{B}}.$$

Recientemente, muchos autores han estudiados diferentes clases de espacios tipo Bloch, donde la función peso $w(z) = 1-|z|^2$, con $z \in \mathbb{D}$, ha sido sustituida por una función acotada, continua y positiva μ definida sobre $\mathbb{D}$; mas precisamente, dada una función μ como la descrita anteriormente, el espacio μ-Bloch, está formada por las funciones analíticas f sobre $\mathbb{D}$ que satisfacen

$$\|f\|_\mu = \sup_{z\in\mathbb{D}} \mu(z)\left|f'(z)\right| < \infty.$$

Cuando $\mu_1(z) = w(z)$, $\mu_2(z) = w^\alpha(z)$ con $\alpha > 0$, $\mu_3(z) = w(z)\log\frac{2}{w(z)}$ y $\mu_4(z) = w^\alpha(z)\log^\beta\frac{e}{w(z)}$ con $\alpha > 0$ y $\beta \geq 0$ se obtienen el espacio de Bloch, los espacios α-Bloch [7], el espacio de Bloch con peso [1] y los espacios tipo Bloch introducido por Stević in [6], respectivamente.

Sean $\mathcal{H}_1$ y $\mathcal{H}_2$ subespacios normados de $H(\mathbb{D})$ y supongamos que $\phi \in H(\mathbb{D})$ aplica $\mathbb{D}$ en sí mismo. Si $f \circ \phi \in \mathcal{H}_2$ para todo $f \in \mathcal{H}_1$, entonces ϕ induce un operador lineal $C_\phi : \mathcal{H}_1 \to \mathcal{H}_2$, llamado *operador de composición*, dado por $C_\phi(f) = f \circ \phi$. Las propiedades del operador C_ϕ ha sido estudiada por numerosos investigadores en distintos espacios de Banach de funciones analíticas; en particular, hay que destacar los trabajos de Madigan y Matheson [4], donde se caracterizan los operadores de composición continuos y compactos sobre el espacio de Bloch. En el 2004, Ghatage, Zheng y Zorboska [2] dan condiciones necesarias y suficientes para que este operador tengan rango cerrado en $\mathcal{B}$. Los resultados de estos autores han sido generalizado por Stević [6] a los espacios μ-Bloch con $\mu(z) = w^\alpha(z)\log^\beta\frac{e}{w(z)}$, $\alpha > 0$ y $\beta \geq 0$; y más recientemente, por Giménez, Malavé y Ramos-Fernández [3] a ciertos espacios μ-Bloch, donde el peso μ puede ser extendido analíticamente y satisface ciertas condiciones geométricas sobre el disco euclídeo $D(1,1)$.

En esta charla, usaremos funciones de Young para definir los espacios de Bloch-Orlicz, como una generalización del espacio de Bloch. Esto se hará, de manera similar a como se definen los espacios de Orlicz. Analizaremos algunas de sus propiedades y extenderemos los resultados sobre operadores de composición citados anteriormente a estos nuevos espacios. Más precisamente, daremos los detalles de los resultados que aparece en [5].

Referencias

[1] K. Attele, *Toeplitz and Hankel operators on Bergman spaces*, Hokkaido Math. J. **21**, (1999), 279-293.

[2] P. Ghatage, D. Zheng and N. Zorboska, *Sampling sets and closed range composition operators on the Bloch space*, Proc. Amer. Math. Soc. **133**, (2004), 1371-1377.

[3] J. Giménez, R. Malavé and J. C. Ramos-Fernández, *Composition operators on μ-Bloch type spaces*, **to appear in** Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo.

[4] K. Madigan and A. Matheson, *Compact composition operators on the Bloch space*, Trans. Amer. Math. Soc. **347**, (1995), 2679-2687.

[5] J. C. Ramos Fernández, *Composition operators on Bloch-Orlicz type spaces*. **Preprint**.

[6] S. Stević, *On new Bloch-type spaces*, Appl. Math. Comput. **215**, (2009), 841-849.

[7] K. zhu, *Bloch type spaces of analytic functions*, Rocky Mountain J. Math. **23**, (1993), 1143-1177.

AN6

Operador de Composición en Espacios de Funciones de φ-Variación Acotada

A. Azocar[α], **J. A. Guerrero**[β], **H. Leiva**[γ], **J. Matkowski**[δ], **N. Merentes**[ϵ]

[α] *Universidad Nacional Abierta, Area de Matemática*
azocar@yahoo.com
[β] *Universidad Nacional Experimental del Táchira, Departamento de Matemática y Física*
jguerre@unet.edu.ve, jaguerrero4@gmail.com
[γ] *Universidad de los Andes, Facultad de Ciencias, Escuela de Matemáticas*
hleiva@ula.ve
[δ] *Institute of Mathematics, University of Zielona Góra, Zielona Góra, Poland*
J.Matkowski@wmie.uz.zgora.pl
[ϵ] *Universidad Central de Venezuela, Escuela de Matemáticas*
nmer@ciens.ucv.ve

Esta charla trata del Operador de Composición Uniformemente Continuo actuando en los espacios de las funciones reales y en el de las funciones *conjunto-valuadas* que tienen φ-variación acotada. Estos resultados son parte fundamental de mi Tesis Doctoral y los mismos están contenidos en [1, 2].

Referencias

[1] **J. A. Guerrero, H. Leiva, J. Matkowski and N. Merentes,** *Uniformly continuous composition operators in the space of bounded φ-variation functions*, **Nonlinear Analysis, 72 (2010), 3119-3123.**

[2] A. Azocar, J. A. Guerrero, J. Matkowski and N. Merentes, *Uniformly continuous set-valued composition operators in the spaces of functions of bounded variation in the sense of Wiener*, **Opuscula Mathematica, Vol. 30, No. 1 (2010), 53-60.**

[3] J. Matkowski and J. Mis, *On a characterization of Lipschitzian operators of substitution in the space* $BV < a, b >$, **Math. Nachr., 117 (1984), 155-159.**

AN7

El Operador de Superposición en el Espacio de Funciones de φ-bidimensional Variación Total Acotada, en el Sentido de Riesz

W. Aziz, J. Giménez, N. Merentes y J.L. Sánchez

Universidad de Los Andes, Dpto. de Física y Matemáticas, Trujillo-Venezuela
wadie@ula.ve
Universidad de Los Andes, Facultad de Ciencias, Dpto. de Matemáticas, Mérida-Venezuela
jgimenez@ula.ve
Universidad Central de Venezuela, Escuela de Matemáticas, Caracas-Venezuela
nmerucv@gmail.com
Universidad Central de Venezuela, Escuela de Matemáticas, Caracas-Venezuela
jose.sanchez@ciens.ucv.ve

En este trabajo mostramos que si el operador de superposición, H, aplica un subconjunto del espacio de funciones de φ-bidimensional variación total acotada en el sentido de Riesz, en otro espacio similar, y es uniformemente continuo, entonces la función generadora del operador es una función afín en la tercera variable. Esto extiende resultados previos (cf. [2, 6]) en el caso unidimensional.

Referencias

[1] A. Acosta, W. Aziz, J. Matkowski and N. Merentes, *Uniformly Continuous Composition Operator in the Space of φ–Variation Functions in the Sense of Riesz*, aceppted for Fasci. Math.

[2] W. Aziz, J. Giménez, N. Merentes and J.L. Sánchez, *Uniformly continuous composition operators in the space of functions of bounded total φ-bidimensional variation in the sense of Riesz*, En Arbitraje (Opuscula Matematica)

[3] J. Appell and P. P. Zabrejko, *Nonlinear Superposition Operator*, Cambridge University Press, New York, 1990.

[4] W. Aziz, H. Leiva, N. Merentes, and J. L. Sánchez, *Functions of two variables with bounded φ–variation in the sense of Riesz*, To appear in J. Anal. Math.

[5] V. V. Chistyakov, *Mappings of Generalized Variation and Composition Operators*, Journal of Math. Sci. **110** (2002), no. 2, 2455–2466.

[6] J. Matkowski, *Lipschitzian composition operators in some function spaces*, Nonlinear Anal. (1997), no. 3, 719–726.

[7] N. Merentes, S. Rivas, *El Operador de Composición en Espacios de Funciones con algún tipo de Variación Acotada*, IX Escuela Venezolana de Matemáticas, Facultad de Ciencias-ULA, Mérida- Venezuela, 1996.

[8] N. Merentes and S. Rivas, *On Characterization of the Lipschitzian Composition Operators between Spaces of Functions of Bounded p–variation*, Czechoslovak Mathematical Journal **45** (1995), no. 120, 627–637.

AN8

El Operador Composición en Espacios de Lorentz $\bigwedge_X^p(w)$

Cruz Suarez, **Eduard Trousselot**

Instituto Universitario de Tecnología de Cumaná
csuarez98@hotmail.com
Universidad de Oriente Nucleo de Sucre
eddycharles2007@hotmail.com

Sean $(X, \mathcal{A}, \mu)$ un espacio de medida $\sigma-$finito y completo, y T una transformación medible no$-$singular en X. Entonces, la transformación composición C_T en $\Lambda_X^p(w)$ se define por $C_T(f) = f \circ T$, $f \in \Lambda_X^p(w)$. Si C_T es un operador acotado, entonces se dice que C_T es el coperador composición en $\Lambda_X^p(w)$ inducido por T. En el presente trabajo caracterizaremos el acotamiento y la compacidad del operador composición en el espacio de Lorentz $\Lambda_X^p(w)$ con peso.

Referencias

[1] Arora S., Gopal Datt and Satish Verma. *Multilication and Composition Operador On Orlicz-Lorentz Spaces.* Indian Journal of Mathematics,**Vol. 1** (2007), no.25, p.1227 $-$ 1234 .

[2] Carro M., Raposo J and Soria J, *Recent Developments in the theory of Lorentz Spaces and Weighted Inequalities.* University of Barcelona, Spain July 14, 2004.

[3] Lorentz G, *On the theory of spaces* $\bigwedge$. Pacific Journal of Mathematics **1** (1951), 411-429.

AN9

Extensiones de ternas de Toeplitz-Kreĭn-Cotlar indefinidas

Ramón Bruzual, **Marisela Domínguez**

Universidad Central de Venezuela
ramon.bruzual@ciens.ucv.ve
Universidad Central de Venezuela
marisela.dominguez@ciens.ucv.ve

Sea Γ un grupo ordenado que posee un punto de tipo arquimediano. Se da una definición de terna de Toeplitz-Kreĭn-Cotlar κ-indefinida de tipo arquimediano en un intervalo de Γ.

Se demuestra que si Γ tiene la propiedad de extensión indefinida, entonces toda terna de Toeplitz-Kreĭn-Cotlar κ-indefinida de tipo arquimediano se puede extender a una terna de Toeplitz-Kreĭn-Cotlar en todo Γ, con el mismo número de cuadrados negativos κ.

Referencias

[1] R. Arocena, *On the Extension Problem for a class of translation invariant positive forms.* J. Oper. Theory **21** (1989), 323 - 347.

[2] R. Bruzual and M. Domínguez, *Extension of locally defined indefinite functions on ordered groups*. Int. Eq. and Op. Theory, **50** (2004), 57-81.

[3] R. Bruzual and M. Domínguez, *On extensions of indefinite Toeplitz-Kreĭn-Cotlar triplets*. Por aparecer en Operator Theory: Advances and Applications.

[4] R. Bruzual and S.A.M. Marcantognini, *Local semigroups of isometries in Π_κ-spaces and related continuation problems for κ-indefinite Toeplitz kernels*, Int. Eq. and Op. Theory, **15** (1992), 527-550.

AN10

Aproximación de núcleos de Toeplitz

Arnaldo De la Barrera, **Marisela Domínguez**

Universidad de Pamplona, Colombia
abarrera1994@gmail.com
Universidad Central de Venezuela
marisela.dominguez@ciens.ucv.ve

En este trabajo se define un nuevo tipo de núcleo denominado, núcleo aproximadamente Toeplitz, de manera muy similar a como se define una base de Riesz. Se prueba que todo núcleo de Toeplitz es aproximadamente Toeplitz, además se dan condiciones necesarias y suficientes bajo las cuales dos núcleos aproximadamente Toeplitz resultan ser equivalentes.

Un caso particular de núcleos aproximadamente Toeplitz, se obtiene considerando las covarianzas de procesos estocásticos aproximadamente estacionarios, los cuales fueron introducidos por Strandell.

Finalmente, para núcleos aproximadamente Toeplitz se da un resultado similar al teorema de Paley-Wiener referente a bases de Riesz.

Referencias

[1] M. Cotlar, R. Bruzual, P. Alegría, M. Domínguez, J. Giménez y S. Marcantognini. *Extensión y representación de formas invariantes en la teoría de interpolación, predicción y dilatación.* Tercera Escuela Venezolana de Matemáticas (1990).

[2] R. Paley, N. Wiener. *Fourier transforms in the complex domain*, Am. Math. Soc. Colloq. Publ. Vol. 19. Am. Math. Soc., New York, (1934).

[3] G. Strandell. *Stationary in Hilbert spaces*, U.U.D.M. Report 2001:31, ISSN 1101-3591, Department of Mathematics, Uppsala University, (2001).

[4] R. M. Young. *An introduction to Nonharmonic Fourier Series*, Academic Press, New York, (1980).

AN11

Una aplicación de la transformada fraccionaria de Fourier en las marcas de agua digitales

H. Martínez, **S. Rodríguez**

Universidad Nacional Experimental de Guayana
hmartine@uneg.edu.ve, srodriguez@uneg.edu.ve

En este trabajo abordaremos una técnica novedosa utilizada en procesamiento de imágenes, la cual se denomina marca de agua digital (wartermarks), ella consiste en insertar un código de información en un archivo multimedia de manera que sea no perceptible para el humano pero sí fácilmente detectable computacionalmente. Existen numerosas aplicaciones comerciales entre las que se encuentran: verificación de propiedad, detección de alteraciones, detección de copias, etiquetado de contenido, ocultamiento de información, etc. La técnica de watermarkig que se propone es para imágenes a color y podría utilizarse para la protección de derecho del autor. En dicha técnica se utiliza la transformada fraccionaria de Fourier bidimensional. Se presenta una implementación en MatLab y experimentos que muestran su utilidad y su seguridad.

Referencias

[1] C. Rey, J. Dugelay , *A survey of watermarking algorithms for image authentication*,Eurasip Journal on applied Sig. Proc. 6 (2002) $613-621$.

[2] H.M. Ozaktas, Z. Zalevsky, and M.A. Kutay, *The fractional Fourier transform*, Wiley, Chichester.(2001).

[3] I. Djurovic, S. Stankovic and I. Pitas , *Digital watermarking in the fractional transformation domain*, Journal of network and computer applications. 24 (2001) $167-173$.

[4] L.B. Almeida, *The fractional Fourier transform and time-frequency representation*, IEEE Trans. Sig. Proc. 42 (1994) $3084-3091$.

[5] R.N. Bracewell, *The Fourier transform and its applications*, McGraw-Hill.(1999).

[6] V. Namias, *The fractional order Fourier transform and its application in quantum mechanics*, J. Inst. Math. Appl. 425 (1980) $241-265$.

AN12

La transformada fraccionaria de Fourier desde el punto de vista de la distribuición Delta

Martínez H., Rodríguez S.

Universidad Experimental de Guayana. Departamento de Ciencias y Tecnología. Área de Matemática. Estado Bolivar
hmartine@uneg.edu.ve
Universidad Experimental de Guayana. Departamento de Ciencias y Tecnología. Área de Matemática. Estado Bolivar
silvinorp@hotmail.com

En este trabajo se aborda la definición de la transformada fraccionaria de Fourier(FRFT) desde el punto de vista de la distribución delta esto es, para el caso donde el núcleo de la FRFT está definido a través de la distribución delta, es deicr para los casos cuando las fracciones de los ángulos $'a'$ vienen dados por $a \in 4\mathbb{Z}$ o $a \in 2+4\mathbb{Z}$. En todos los artículos que tratan este tópico de investigación como en la literatura existente los investigadores de este tema se centran en la definición del núcleo de la transformada fraccionaria de Fourier cuando la fracción del ángulo $'a'$ est'a dada por $a \notin 2\mathbb{Z}$. En esta investigación realizamos las demostraciones de las propiedades de: simetría diagonal, conjugado complejo, simetría puntual, aditividad y ortogonalidad del núcleo de FRFT para los casos cuando $a \in 4\mathbb{Z}$ o $a \in 2+4\mathbb{Z}$. Por otra parte se realizaron las demostraciones de las propiedades de: linealidad, conmutatividad, asociatividad, aditividad etc de la FRFT partiendo del hecho de que la fracción del ángulo a cumple que $a \in 4\mathbb{Z}$ o $a \in 2+4\mathbb{Z}$. Finalmente se demostrarán algunos teoremas importantes entre los cuales están la identidad de Parseval, conservación de la energía y la relación de la transformada fraccionaria de Fourier con la distribución de Wig-ner.

Referencias

[1] I.N. Sneddon, *Fourier Transform*, Dover Publications, Inc, New York 1995 $32-35$.

[2] M.J. Lighthill, *An introduction to Fourier analysis and generalized functions*, Cambridge University Press, 1958.

[3] H.M. Ozaktas, Z. Zalevsky, and M.A. Kutay, *The fractional Fourier transform*, Wiley, Chichester.(2001).

[4] R.N. Bracewell, *The Fourier transform and its applications*, Mc Graw Hill, second edition, (1986).

AN13

Teoremas de Weyl a través de subespacios cerrados

Carlos R. Carpintero F.

Universidad de Oriente. Escuela de Ciencias.
Departamento de Matemática
ccarpi@sucre.udo.edu.ve

En [2] se introducen y estudian nuevas clases de operadores de la manera siguiente. $T \in L(X)$, X un espacio de Banach, es semi B-Fredholm (resp. semi B-Browder, semi B-Weyl), si el rango $R(T^n)$ es cerrado, para algún $n \in \mathbb{N}$, y la restricción $T_n = T\mid_{R(T^n)}$ es semi-Fredholm (resp. semi-Browder, semi-Weyl). Estas clases determinan naturalmente nuevos espectros, denominados espectros generalizados en el sentido Berkani ([2],[3]). Empleando estos espectros generalizados, en [3], se introducen nuevas variantes del clásico Teorema de Weyl para un operador (T satisface el Teorema de Weyl si $\sigma(T)\setminus\sigma_w(T) = \pi_{00}(T)$, con $\pi_{00}(T) = \{\lambda \in \text{iso}\,\sigma(T) : 0 < \dim N(\lambda I - T) < \infty\}$, iso $\sigma(T)$ los puntos aislados del espectro y $\sigma_w(T)$ el espectro de Weyl). En este trabajo, demostramos que el Teorema de Weyl para un operador T equivale al Teorema de Weyl de alguna restricción T_n, c on $R(T^n)$ cerrado. Además, combinando este resultado con los demostrados en [1], damos nuevas caracterizaciones para los Teoremas Generalizados de Weyl, y sus variantes, en el caso de los operadores polaroides y a-polaroides.

Referencias

[1] P. Aiena, E. Aponte and E. Balzan. *Weyl type theorems for left and right polaroid operators,* to appear on Integral Equations and Operator Theory (2010).

[2] M. Berkani y M. Sarih. *On Semi B-Fredholm Operators,* Glasgow Math. Journal, 43 (2001), 457-465.

[3] M. Berkani and J. Koliha. *Weyl type theorems for bounded linear operators,* Acta Sci. Math (Szeged), 69 (2003), 359-376.

AN14

Sobre la propiedad (w) y perturbaciones por operadores de Riesz

Orlando. García

Universidad de Oriente. Escuela de Ciencias.
Departamento de Matemática
`ogarcia@sucre.udo.edu.ve`

Rakocevic (1985) introduce el Teorema de a-Weyl y la propiedad (w), como variantes del Teorema clásico de Weyl. A pesar de que el Teorema de a-Weyl, ha sido ampliamente estudiado por varios autores, la propiedad (w), no ha sido estudiada en forma sistemática. P. Aiena y P. Peña (2006), inician el estudio de la propiedad (w), de manera más profunda, proporcionando un marco teórico más claro para esta propiedad. Recientemente la preservacion de la propiedad (w), bajo perturbaciones ha sido estudiada por P. Aiena y M. Biondi (2007), considerando el caso de las perturbaciones que sean por operadores cuasi-nilpotentes o de rango finito y que conmuten con el operador. En este trabajo, se estudia la preservación de la propiedad (w), bajo perturbaciones de operadores de Riesz que conmutan, considerando también el caso particular en el que las perturbaciones tienen una potencia de rango finito.

Referencias

[1] P. Aiena y M. T. Biondi. *Property (w) and perturbations,* Journal Math. Anal and Applications, 336(2007), 683-692.

[2] P. Aiena y P. Peña. *An variation on Weyl's Theorem,* Journal Math. Anal and Applications, 324(2006), 556-579.

[3] V. Rakocevic. *On class of operators,* Mathematica Vesnik, 37(1985), 423-426.

AN15

Operadores que satisfacen la Propiedad(R)

Jesús R. Guillén R, Pedro Peña,Pietro Aiena

Dpto de Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Universidad de Los Andes, Mérida, Edo Mérida, Venezuela.
`rguillen@ula.ve`
Dpto de Física y Matemáticas, NURR, ULA, Trujillo,Venezuela
`pedrop@ula.ve`
Dipartamento Di Metodi E Modelli Matematici,Facoltà di Ingegneria, Università di Palermo, Italia
`paiena@unipa.it`

Un operador acotado $T \in L(X)$, definido sobre un espacio de Banach X complejo, es llamado a satisfacer la $propiedad(R)$ si el conjunto de los puntos aislados del espectro $\sigma(T)$ de T que son autovalores de multiplicidad finita es exactamente el conjunto de los puntos λ del espectro aproximado puntual para los cuales $\lambda I - T$ es upper semi-Browder. La $propiedad(R)$ está relacionada al clásico Teorema de Weyl, y en particular a una de las variantes más fuertes del Teorema de Weyl, la llamada propiedad (w). Ambas propiedades fueron introducidas por Rakočević en los artículos [13] y [14] respectivamente, donde sólo se presentan algunos resultados que son preliminares a las propiedades aquí establecidas. En este trabajo estudiaremos más extensamente la $propiedad(R)$ para dar algunas caracterizaciones de la misma. Además, introducimos la propiedad de extension univaluada, versión local, para describir claramente la relación entre ésta y otras variantes del Teorema de Weyl. Por último, consideraremos la propiedades (R) en la estructura de los operadores de tipo polaroides y probaremos que la clase de los opredores $a - Polaroides$ satisfacen la propiedad (R).

Referencias

[1] P. Aiena, *Fredholm and local spectral theory, with applications to multipliers.* Kluwer Acad. Publishers(2004).

[2] P. Aiena, *Classes of operators Satisfying a-Weyl's theorem*. Studia Math. 169(2005), 105-122.

[3] L. A. Coburn, *Weyl's theorem for nonnormal operators*. Michigan Math. J. 20 (1970), 529-544.

[4] R. E. Curto, Y. M. Han, *Weyl's theorem for algebraically paranormal ooperators*. Integ. Equa. Oer. Theory 50, (2004), N^0 2, 169-196.

[5] R. Harte, Woo Young Lee, em Another note on Weyl's theorem. Trans. Amer. Math. Soc. 349 (1987), 2115-2124.

[6] H. Heuser, *Functional Analysis.* (1982), Marcel Dekker, New York.

[7] M. Oudghiri, *Weyl's and Browder's theorem for operators satisfying the SVEP*. Studia Math. 163, 1, (2004). 85-101.

[8] P. Aiena, C. Carpintero, E. Rosas, *Some characterization of operators satisfying a-Browder theorem*. J. Math. Anal. Appl. (2005).

[9] P. Aiena, J. Guillén, P. Peña, *Property (w) for Perturbations of Polaroid Operators*. Linear Algebra Appl. 428, (2008), 1791-1802.

[10] P. Aiena, J. Guillén, *Weyl´s theorem for pertubations of paranoamal operators.* Proc. Amer.Math. Anal. Soc. 35,(2007), 2433-2442.

[11] P. Aiena, J. Guillén, P. Peña, *Weyl's Type theorem and Perturbations*. Divulgaciones Matemáticas. Vol. 16, N^0 1.(2008), 55-72.

[12] P. Aiena, F. Villafañe, *Weyl's theorem for some classes of operators.*Int. Eq. Oper. Theory. 53, (2005), 453-466.

[13] V. Rakočević, *On a class of operators*. Math. Vesnik 37(1985), 423-426.

[14] V. Rakočević, *On a class of operators II*. Radovi Matematicki 2 (1986), 75-80.

[15] V. Rakočević, *Operators obeying a-Weyl's theorem.* Rev. Roumaine. Math. Pures et Appl. 34(1989). N^0 10, 915-919.

[16] V. Rakočević, *Semi-Browder operators and perturbations*. Studia Math. Vol. 122, (1997), 131-137.

[17] K. B. Laursen, M. M. Neumann, *Introduction to local spectral theory*. Clarendon Pres, Oxford (2000).

AN16

Convergencia puntual de desarrollo espectral de operadores integrales

Serguéi I. Iákovlev

Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas,
Universidad Simón Bolívar
serguei@usb.ve

Sea $V : L_2(\mathbb{R}^m) \to L_2(\mathbb{R}^m)$ un operador integral generado por un kérnel hermítico $v \in L_2(\mathbb{R}^{2m})$. Si $\{\varphi_i\}$ son autofunciones y $\{\lambda_i\}$ son autovalores correspondientes de V, entonces tiene lugar el desarrollo espectral $v(x,y) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i\, \varphi_i(x)\, \overline{\varphi_i(y)}$, donde la serie de la derecha converge a la función $v(x,y)$ en $L_2(\mathbb{R}^{2m})$. En nuestro trabajo se estudia la convergencia puntual de esta serie.

Teorema 1. *Supongamos que $V : L_2(\mathbb{R}^m) \to L_2(\mathbb{R}^m)$ pertenece a la clase de traza y $V \geq 0$. Entonces para todo $t \in \mathbb{R}^m$ existe un conjunto $e_t \subseteq \mathbb{R}^m$ de medida de Lebesgue cero tal que para casi todo $t \in \mathbb{R}^m$ fijo se verifica puntualmente para todo $\tau \notin e_t$ la siguiente igualdad*

$$v(\tau, \tau + t) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i\, \varphi_i(\tau)\, \overline{\varphi_i(\tau + t)}\,.$$

Si adicionalmente $v \in C(\mathbb{R}^{2m})$, entonces ya para todo $t \in \mathbb{R}^m$ la siguiente igualdad

$$v(\tau, \tau + t) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i\, \varphi_i(\tau)\, \overline{\varphi_i(\tau + t)}$$

es cierta puntualmente para todo $\tau \notin e_t$.
Por consiguiente, poniendo $t = 0$ encontramos que para $v \in C(\mathbb{R}^{2m})$ $v(\tau,\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i\, |\varphi_i(\tau)|^2$ para casi todo $\tau \in \mathbb{R}^m$.
Y todas las series de la derecha en puntos de igualdad convergen (en el sentido puntual) absolutamente.

Nótese que para todo $t \in \mathbb{R}^m$ fijo el conjunto $\{(\tau, \tau + t) \in \mathbb{R}^{2m} : \tau \in \mathbb{R}^m\}$ es el conjunto de medida de Lebesgue cero en $\mathbb{R}^{2m}$ y que en caso general el kernel $v = v(x,y)$ que genera al operador V está definido solamente en casi todo $\mathbb{R}^{2m}$.

AN17

La integral de Daniell-Thiam para multifunciones

José Gascón Márquez[(a)], **José R. León**[(b)]

[(a)] *Universidad Nacional Abierta*
jogascon@una.edu.ve
[(b)] *Universidad Central de Venezuela*
jose.leon@ciens.ucv.ve

La integral de Daniell-Thiam [4] para multifunciones es desarrollada en el contexto de multifunciones con valores en conjuntos compactos y convexos. Un estudio del reticulado de los compactos y convexos con la métrica de Hausdorff y la construcción de la integral de Daniell es presentada en detalle. Discutimos el teorema de convergencia monótona y Lyapunov en este contexto. La orientación del trabajo y problemas propuestos en relación a la integral de Daniell-Thiam son debidos al Profesor Diomedes Bárcenas.

Referencias

[1] S, Hu and N. Papageorgiou, "Handbook of Multivalued Analysis", Vol. I, Kluwer, Dordrecht, 1997.

[2] E. Pap et al, "Handbook of Measure Theory", Vol. I, North-Holland, Amsterdand, 2002.

[3] D.S. Thiam, *Multimesures positives* C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A , **280**, (1975), 993-996.

[4] D.S. Thiam, *Intégrale de Daniell a valeurs dans un semi-groupe ordonné.* C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A , **281**, (1975), 215-218 .

[5] D.S. Thiam, *Applications a l'intégration multivoque de l'intégrale de Daniell dans un semi-groupe ordonné.* C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A , **280**, (1975), 955-958.

AN18

El problema de Cauchy con valores en la frontera en espacios de Orlicz.

Bárcenas Diomedes †, Bracamonte Mireya, Giménez José

Facultad de Ciencias de la Universidad de los Andes
Facultad de Ciencias de la Universidad de los Andes
jgimenez@ula.ve
Decanato de Ciencias y Tecnología,
Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado
mireyabracamonte@ucla.edu.ve

Sea $L^{\Phi}(\Omega)$ el espacio de Orlicz generado por una una $N-$función dada Φ y sea Λ el generador infinitesimal de un semigrupo fuertemente continuo, S, de operadores lineales acotados.

En este artículo se describen soluciones suave, fuerte y clásica del problema de Cauchy:

$$\begin{cases} u' = \Lambda u + f \quad (t > 0) \\ u(a) = \xi \end{cases} \tag{1}$$

donde $f : [0,T) \to L^{\Phi}(\Omega)$, en términos del semigrupo S.

Además, se presenta una caracterización de la condición de Δ_2 para $N-$ funciones en términos de soluciones fuertes del problema.

Referencias

[1] Bárcenas Diomedes and Echandía Ventura. *On non-reflexive subspaces of Orlicz spaces*, Quaestiones Mathematicae 25 (2002), 13-18.

[2] Alexopoulos John, Bárcenas Diomedes and Echandía Ventura. *Some Banach spaces characterizations of the Delta 2 condition*, Quaestiones Mathematicae 27 (2004), 29-38.

[3] Mireya Bracamonte, Diómedes Bárcenas and José Giménez *Cauchy's boundary value problem in Orlicz spaces*, (2009). En proceso de arbitraje.

[4] Engel Klaus-Jochen, Nagel Rainer. *A Short Course on Operator Semigroups*, Universitext, Springer, 2000.

[5] Rao, M. M. and Z. D. Ren, *Theory of Orlicz spaces*, Marcel Dekker, New York, 1991.

AN19

Teorema de Bárcenas-Diestel y ecuaciones diferenciales funcionales del tipo mixto

Luis Gerardo Mármol Bosch

Universidad Simón Bolívar
lgmarmol@usb.ve

Mediante el empleo de fórmulas recursivas, Iakovleva y Vanegas estudian en [3] la solución para la ecuación

$$\dot{x}(t) = x(t-1) + x(t+1)$$

Tales ecuaciones se conocen en la literatura como ecuaciones diferenciales funcionales del tipo mixto, o ecuaciones con retardo y avance. Su estudio está menos desarrollado en comparación con otras clases de ecuaciones funcionales. Hasta donde sabemos, no se ha desarrollado una teoría de semigrupos y generadores adecuada, ni se han abordado de forma exhaustiva tópicos como la controlabilidad o el análisis espectral.

El objeto del presente trabajo es el estudio de la controlabilidad exacta de la ecuación anterior, a partir de un resultado de Bárcenas-Diestel aparecido en [1], en el cual se muestra cómo se reduce el problema de la accesibilidad de los controles a un problema de semigrupos. Concretamente: dado un C_0-semigrupo $(S_t)_{t\geq 0}$ de operadores en un espacio de Banach X, ¿bajo qué condiciones es el semigrupo dual fuertemente continuo en $(0,\infty)$? Con tal fin, se reescribe la ecuación objeto de nuestro estudio como un problema de Cauchy clásico, se introducen el semigrupo asociado y su generador infinitesimal y se demuestra, entre otras cosas, la compacidad del semigrupo. Esto último es suficiente para garantizar la fuerte-continuidad del adjunto (ver, por ejemplo, [2]).

Este es un trabajo conjunto con los Profesores Raúl Manzanilla y Carmen Judith Vanegas.

Referencias

[1] Bárcenas, D., Diestel, J. : *Constrained Controllability in Non-reflexive Banach Spaces*. Quaestiones Mathematicae 18(1995), 185-198.

[2] Bárcenas D., Mármol L. G., *On the Adjoint of a Strongly Continuous Semigroup*, Abstract and Applied Analysis, vol. 2008, article id 651294 (2008).

[3] Iakovleva V., Vanegas C.J., *On the solution of differential equations with delayed and advanced arguments*, Electronic Journal of Differential Equations, Conference 13, 57-63, (2005).

AN20

Dinámica de un Modelo Depredador–Presa con Infección en la Presa

Ángel Torcatt, Sael Romero

Universidad de Oriente Nucleo de Sucre
atorcatt21@gmail.com
Universidad de Oriente Nucleo de Sucre
sromero@yahoo.es

En las últimas décadas el estudio del comportamiento dinámico de los sistemas epidemiológicos, através de modelos matemáticos apropiados, a venido desarrollandose de una manera bastante significativa. En este sentido presentamos el siguiente modelo propuesto en [1] y [2].

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dfrac{dS}{dt} & = & S\left\{r\left(1-\dfrac{S+I}{K}\right)-\beta I\right\} \\ \dfrac{dI}{dt} & = & I\{\beta S - c - pY - aI\} \\ \dfrac{dY}{dt} & = & Y\{-d+qpI-bY\}, \end{array}\right. \tag{2}$$

el cual describe la interacción depredador–presa en un sistema donde la presa esta infectada por un microparásito. En este trabajo de describen los equilibrios del sistema y se estudia la estabilidad de estos analítica y numéricamente, se estudia además la estructura de las variedades estable e inestable.

Referencias

[1] Mukherjee., Debasis. 1998. *Uniforme persistencia in a generalized prey - predator system with parasite infection*. BioSystems., (47) p.149–155.

[2] Mukherjee., Debasis. 2003. *Uniform persistence in a generalized prey - predator system with parasite infection*. Nonlinear Analysis: Modellinig and Control., Vol 8,(2)p. 83–92.

AN21

Derivadas perpendicular y paralela para Cuaterniones, Cullen-regularidad y operador de Fueter

Daniel Alayón Solarz

Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas
Universidad Simón Bolívar. Apartado Postal 89000
Caracas 1080-A Venezuela
`danieldaniel@gmail.com`

Recientemente, dos variaciones del Analisis Cuaterniónico han aparecido en la literatura. Uno es el concepto de Cullen-regularidad estudiado en [1] y otro el concepto de Derivada Perpendicular y Paralela en el sentido de [3]. Un caso de especial interés en [1] es cuando una función Cullen-regular está definida en algun abierto que intersecta a los números reales. Se mostrará que éste caso siempre resulta derivable en el sentido de [3] por medio de un estudio de condiciones suficientes y necesarias para derivabilidad cuaterniónica. Partimos de la observación en [3] que el concepto de Derivada Perpendicular está ligado al operador de Fueter.

Referencias

[1] G. Gentili, D. Struppa. *A new approach to Cullen-regular functions of a quaternionic variable* Comptes Rendus Mathematique Volume 342, Issue 10, 15 May 2006, Pages 741-744

[2] G. Gentili, C. Stoppato, *The open mapping theorem for regular quaternionic functions*, E-print. arXiv:0802.3861v1 [math.CV](2008)

[3] C. Schwartz *Calculus with a quaternionic variable* J. Math. Phys. 50, 013523 (2009); doi:10.1063/1.3058642

[4] D. Alayón-Solarz *On calculus with a Quaternionic variable and its characteristic Cauchy-Riemann type equations*, E-print arXIv:0903.2899 [math.CV](2009)

AN22

Problemas de interpolación en espacios de Sobolev

Maicol Ochoa, **Marisela Domínguez**

Universidad Central de Venezuela
`maicol.ochoa@ciens.ucv.ve`
Universidad Central de Venezuela
`marisela.dominguez@ciens.ucv.ve`

Para espacios de Sobolev, Agler consideró problemas de interpolación del tipo Nevanlinna-Pick y estableció una versión del teorema de Pick para el el espacio de Sobolev formado por las funciones de $L^2(0,1)$ con derivada en $L^2(0,1)$.

En este trabajo se presenta un resultado que permite dar una nueva demostración del teorema de Agler.

Referencias

[1] R. Adam, *Sobolev spaces.* Academic Press, 1975.

[2] J. Agler, *Nevanlinna-Pick interpolation on Sobolev space.* P. Amer. Math. Soc. **108** (2), (1990).

[3] J. Agler, J. E. McCarthy, *Pick interpolation and Hilbert function spaces.* Graduate studies in mathematics, ISSN 1065-7339; v. 44.

[4] J. Garnett, *Bounded analytic functions.* Academic Press, INC.

[5] N. K. Nikol'skii, *Treatise on the Shift Operator* Springer-Verlag.

Ecuaciones Diferenciales Parciales y Física Matemática

Coordinadores:
Álvaro Restuccia y Carmen Vanegas

EDP1

El Problema de Valores Iniciales y el Espectro Cuántico en la Teoría de Membranas

Alvaro Restuccia

Departamento de Física
Universidad Simón Bolívar. Apartado Postal 89000
Caracas 1080-A Venezuela
`arestu@usb.ve`

Las ecuaciones en derivadas parciales que describen la teoría de membranas, al igual que las ecuaciones de Einstein, son invariantes ante difeomorfismos espacio-temporales. El sistema de ecuaciones, en una clase de calibre admisible, es hiperbólico. Se demuetra la existencia y unicidad de la solución al problema de valores iniciales así como la dependencia continua de la solución en la data inicial. Se muestra que la propiedad del Hamiltoniano que determina la estructura hiperbólica de las ecuaciones clásicas implica también que el espectro del operador de Schrödinger que describe el Hamiltoniano Cuántico de la teoría es discreto con multiplicidad finita y con punto de acumulación en el infinito.

Referencias

[1] P. Allen, L. Andersson and A. Restuccia, *Local well-posedness for membranes in the light cone gauge.* hep-th 0910.1488, preprint Max Planck Ins., Potsdam

EDP2

Sobre las discontinuidades en un sistema de ecuaciones de ondas interactuando por medio de las derivadas espaciales

Valentina Iakovleva

Universidad Simon Bolivar
romanova@usb.ve

Esta considerando el sistema generado por las ecuaciones de las ondas relacionadas por medio de las derivadas de orden inferior respecto de las coordenadas espaciales:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_1^2(x)\frac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_2^2(x)\frac{\partial^2}{\partial x^2} \end{pmatrix} \overline{U}(x,t) =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \overline{U}(x,t),$$

provisto de las condiciones iniciales:

$$\overline{U}(x,0) = \overline{0}, \quad \frac{\partial \overline{U}(x,0)}{\partial t} = \overline{0}, \quad \overline{U}(0,t) = \begin{pmatrix} \delta(t) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

con $a_i(x) > 0$, $\delta(t)$-es la δ-función de Dirac.

Si las velocidades de ondas son distintos, entonces las discontinuidades se describen por medio de la escala estandard de las funciones generalizadas y_+^λ. En el caso cuando hay un punto de coincidencia de las velocidades, aparece un efecto interesante: en la descripción de las discontinuidades de los frentes de ondas aparecen las funciones generalizadas y_+^λ con las potencias parciales.

Referencias

[1] Popov M.M., *Ray theory and gaussian Beam for geophysicists.*, ed.EDUFBA, Brasil, Salvador-Bahia,(2002).

[2] Popov M.M., Schitov I.N., *What may happen if the velocities of gS-waves in an anisotropic inhomogeneous medium coincide at a point?.*, Wave inversion Technology, report WITREPORT 98, January 13,(1999), 287-291.

EDP3

Interior Controllability of a Strongly Damped Wave Equation

Hanzel Larez[1], **Hugo Leiva**[2] **and Jorge Rebaza**[3]

[1,2] *Universidad de los Andes*
Facultad de Ciencias, Departamento de Matemática
Mérida 5101-Venezuela.
[3] *Corresponding author. Missouri State University*
Department of Mathematics
Springfield, MO 65897, USA.
jrebaza@missouristate.edu

In this paper we prove the interior controllability of the strongly damped wave equation with Dirichlet boundary conditions

$$\begin{cases} w_{tt} + \eta(-\Delta)^{1/2} w_t + \gamma(-\Delta) w = 1_\omega u(t,x), & \text{in} \quad (0,\tau)\times\Omega, \\ w = 0, & \text{in} \quad (0,\tau)\times\partial\Omega, \\ w(0,x) = w_0(x), \quad w_t(0,x) = w_1(x), & \text{in} \quad \Omega, \end{cases}$$

in the space $Z_{1/2} = D((-\Delta)^{1/2}) \times L^2(\Omega)$, where Ω is a bounded domain in $\mathbb{R}^n$, ω is an open nonempty subset of Ω, 1_ω denotes the characteristic function of the set ω, the distributed control $u \in L^2(0,\tau; L^2(\Omega))$ and η, γ are positive numbers. We shall prove that for all $\tau > 0$ and any nonempty open subset ω of Ω the system is approximately controllable on $[0,\tau]$. Moreover, we exhibit a sequence of controls steering the system from an initial state to a final state in a prefixed time. In this paper we give a necessary and sufficient conditions for exact and approximate controllability of a wide class of linear infinite-dimensional non-autonomous control systems. This is done by employing skew-product semi-flows technique. Finally, we apply these results to non-autonomous partial and functional control systems.

Referencias

[1] A. ACOSTA, H. LEIVA AND J. REBAZA, "A Necessary and Sufficient Algebraic Condition for the Controllability of a Strongly Damped Wave Equation", Mathematical Sciences, **2**, No. 2 (2008), 223–242.

[2] G. AVALOS AND IRENA LASIECKA, "Optimal Blowup Rates for the Minimal Energy Null Control for the Structurally Damped Abstract Wave Equation", Annali della Scuola Normale Superiore de Pisa, Scienze Fisiche e Matematiche, Serie V. Vol. II. Fasc. 3 (2003).

[3] G. AVALOS AND P. COKELEY, "Boundary and Local Null Controllability of Structurally Damped Elastic Systems", IMA Preprint Series N0. 2117(May 2006).

[4] S. AXLER, P. BOURDON AND W. RAMEY, *Harmonic Function Theory.* Graduate Texts in Math., **137**. Springer Verlag, New york (1992).

[5] SALAH BADRAOUI,"Approximate Controllability of a Reaction-Diffusion System with a Cross Diffusion Matrix and Fractional Derivatives on Bounded Domains", to appear in Boundary Value Problems.

[6] A.N. CARVALHO AND J.W. CHOLEWA,"Attractor for Strongly Damped Wave Equations with Critical Nonlinearities", Pacific Journal of Mathematics Vol. 207, N0. 2, (2002).

[7] A.N. CARVALHO AND J.W. CHOLEWA,"Strongly Damped Wave Equations in $W_0^{1,p} \times L^p(\Omega)$", Discrete and Continuous Dynamical Systems Supplement 2007, PP. 230-239.

[8] D. BARCENAS, H. LEIVA AND Z. SIVOLI, *A Broad Class of Evolution Equations are Approximately Controllable, but Never Exactly Controllable.* IMA J. Math. Control Inform. **22**, no. 3 (2005), 310–320.

[9] E. CASAS,*Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales: Universidad de Cantabria, 1992.*

[10] A. CARRASCO AND H. LEIVA, "Variation of Constants Formula for Functional Partial Parabolic Equations", Electronic Journal of Differential Equations, Vol.2007(2007), No. 130, pp. 1-20.

[11] S. CHEN AND R. TRIGGIANI, "Proof of Extensions of two Conjectures on Structural Damping for Elastic Systems", Pacific Journal of Mathematics, Vol. 136, N01, 1989.

[12] R.F. CURTAIN, A.J. PRITCHARD, *Infinite Dimensional Linear Systems.* Lecture Notes in Control and Information Sciences, **8**. Springer Verlag, Berlin (1978).

[13] R.F. CURTAIN, H.J. ZWART, *An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory.* Texts in Applied Mathematics, **21**. Springer Verlag, New York (1995).

[14] L. HORMANDER, *Linear Partial Differential Equations.* Springer Verlag,(1969).

[15] H. LEIVA and Y. QUINTANA, "Interior Controllability of a Broad Class of Reaction Diffusion Equations", Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2009, Article ID 708516, 8 pages, doi:10.1155/2009/708516.

[16] H. LEIVA, "A Lemma on C_0-Semigroups and Applications PDEs Systems" Quaestions Mathematicae, Vol. 26, pp. 247-265 (2003).

[17] D. L. RUSSELL, *Controllability and Stabilizability Theory for Linear Partial Differential Equations: Recent Progress and Open Questions.* SIAM Rev. **20** No. 4 (1978), 636–739.

[18] R. TRIGGIANI, *Extensions of Rank Conditions for Controllability and Observability to Banach Spaces and Unbounded Operators.* SIAM J. Control Optimization **14** No. 2 (1976), 313–338.

[19] X. ZHANG, *A Remark on Null Exact Controllability of the Heat Equation.* SIAM J. CONTROL OPTIM. Vol. 40, No. 1(2001), pp. 39-53.

[20] E. ZUAZUA, *Controllability of a System of Linear Thermoelasticity*, J. Math. Pur. Appl., **74**, (1995), 291-315.

[21] E. ZUAZUA, *Control of Partial Differential Equations and its Semi-Discrete Approximation.* Discrete and Continuous Dynamical Systems, vol. **8**, No. 2. April (2002), 469-513.

EDP4

Vínculos de primera y segunda clase de la Gravedad de Horava

J. Bellorin, A. Restuccia

Departamento de Física
Universidad Simón Bolívar. Apartado Postal 89000
Caracas 1080-A Venezuela
jorgebellorin@usb.ve

Se hace el análisis hamiltoniano para una nueva propuesta de teoría de gravitación hecha por P. Hořava. La versión cuántica de esta teoria sería en principio renormalizable, a diferencia de la Relatividad General de Einstein.

El rasgo característico de la gravedad de Hořava es que no tiene a todo el grupo de difeomorfismos espacio-temporales como simetría, sino que existe una dirección temporal preferida y por lo tanto el grupo de simetría son los difeomorfismos que preservan la foliación preestablecida a lo largo de la dirección temporal. Los difeomorfismos generales espacio-temporales se recuperan de forma aproximada como un efecto de baja energía.

Del análisis hamiltoniano se consigue un vínculo adicional que no tiene análogo en la Relatividad General. Además, el vínculo hamiltoniano, junto a otros, es ahora de segunda clase, lo cual conlleva a la propagación de un modo escalar aparte del gravitón. Este escalar se presenta de forma impar en el espacio de fase, lo cual visto como problema de Cauchy significa que la ecuación de evolución del modo es de primer orden en la derivada temporal.

Referencias

[1] P. Horava, Phys. Rev. D **79** (2009) 084008 [arXiv:0901.3775 [hep-th]].

[2] M. Li and Y. Pang, JHEP **0908** (2009) 015 [arXiv:0905.2751 [hep-th]].

[3] D. Blas, O. Pujolas and S. Sibiryakov, JHEP **0910** (2009) 029 [arXiv:0906.3046 [hep-th]].

[4] J. Bellorín and A. Restuccia, "*First and second class constraints of the Horava Gravity*, en preparación.

EDP5

Construcción de la Teoría de Yang–Mills para álgebras no asociativas

Jean Pierre Veiro, Alvaro Restuccia

Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas
Universidad Simón Bolívar. Apartado Postal 89000
Caracas 1080-A Venezuela
pierre@ma.usb.ve
Departamento de Física
Universidad Simón Bolívar. Apartado Postal 89000
Caracas 1080-A Venezuela
arestu@usb.ve

La formulación de Yang–Mills, sobre el álgebra de Lie $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, es la teoría que describe algunas de las interacciones fundamentales en la naturaleza. Desde el punto de vista geométrico, es la evolución de una conexión en un fibrado principal. La idea fundamental es extender la formulación para álgebras no asociativas. Es muy relevante en teorías supersimétricas tener una extensión de Yang-Mills para el álgebra de los octoniones. Las simetrías locales se construyen usando la acción del grupo de automorfismos del álgebra no asociativa. Presentaremos nuevos resultados para el caso cuando el álgebra no asociativa es el álgebra de los octoniones con grupos de simetría local $SU(2)$ y $SU(2) \times SU(2)$, ambos vistos como subgrupos de G_2.

Referencias

[1] S. Okubo, *Introduction to Octonion and Other Non-Associative Algebras in Physics.* Cambridge Univ. Press (1995).

[2] J. M. Evans, *Supersymmetric Yang–Mills theories and division algebras.* Nucl. Phys. **B298** (1998), 92-108.

EDP6

Formas Cuadráticas Negligibles separadas de cero

I. Martin, L. Navarro, A. Pérez, A. Restuccia

Universidad Simón Bolívar
`ajperez@ma.usb.ve`

Los objetivos de esta charla son, por un lado, bosquejar la prueba del siguiente teorema: Sea Φ^F una matriz negligible, y σ_F su espectro. Entonces

$$\inf \bigcup_{F\in\mathcal{N}} \sigma_F > 0.$$

Donde $\mathcal{N}$ es la clase de conjuntos negligibles de una bola en $\mathbb{R}^n$. Y por el otro, obtener como consecuencia una cota uniforme para la familia ortonormal de polinomios negligibles asociada. Este último resultado se usa en forma crucial en la prueba de la discretitud del espectro de ciertos hamiltonianos con potencial polinomial [1].

Referencias

[1] M. P. García del Moral, I. Martin, L. Navarro, A. J. Pérez A., A. Restuccia: *Spectral analysis of polynomial potentials and its relation with ABJ/M-type theories*. En preparación.

[2] I. Martin, L. Navarro, A. J. Pérez A., A. Restuccia: *The discrete spectrum of the D=11 bosonic M5-brane*, Nuclear Physics B.**794**, pp. 538-551, 2008.

[3] M. P. García del Moral, L. Navarro, A. J. Pérez A., A. Restuccia: *Intrinsic moment of inertia of membranes as bounds for the mass gap of Yang?Mills theories*, Nuclear Physics B.**765**, pp. 287-298, 2007.

EDP7

Pares asociados en el análisis de Clifford con parámetros

Yanett M. Bolívar

Universidad Central de Venezuela
`bolivarcolon@hotmail.com`

En el contexto de las álgebras de Clifford con parámetros $A_n(2,\alpha_j,\gamma_{ij})$ (ver [2]) se obtiene una eficiente fórmula para el producto $\mathbf{D}(u.v)$. Estos cálculos permiten determinar las condiciones suficientes sobre los coeficientes del operador $F(u) = \sum_{i=0}^{n} A^i(x)\partial_i u$, de modo que este forme un par asociado con el operador de Cauchy Riemman generalizado $\mathbf{D}u = \sum_{j=0}^{n} \lambda_j(x)e_j\partial_j u$. Estos resultados generalizan los resultados presentados en [1]. Posteriormente, en las referidas álgebras, se proporcionan condiciones sobre las funciones λ_j que garantizan que el par de operadores $\mathbf{F} = \sum_{i=0}^{2} A^i(x)\partial_i u$ y $\mathbf{D} = \sum_{j=0}^{2} \lambda_j(x)e_j\partial_j u$ sea asociado.
Esta investigación es parte de un trabajo en conjunto con la Dra. Carmen J. Vanegas.

Referencias

[1] L. Son, W. Tutschke, *Complex methods in higher dimensions-recent trends for solving boundary value and initial value problems.* Complex Variables **50** (7-11), (2005), 673-679.

[2] W. Tutschke, C. Vanegas, Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores, *XXI Escuela Venezolana de Matemáticas* (2008).

EDP8

Problemas de Valores de Frontera en Álgebras de Clifford para los operadores D^n y $(D-\lambda)^n$

Antonio Di teodoro

Universidad Simón Bolívar
`nicoditeodoro@gmail.com`

En esta charla presentaremos algunos problemas de valores de fronteras en álgebras de Clifford [4] para ecuaciones que involucran el operador de Dirac [3] basados en el método iterativo de Begehr [1]. por una parte expondremos como garantizar la existencia de la solución para $D^n u = 0$ [2], conocida como la ecuación de Cauchy-Riemann Generalizada de orden n y de igual manera verificaremos la existencia de la solución para la ecuación $(D-\lambda)^n u = 0$ está última conocida como la ecuación de Dirac espinorial.

Referencias

[1] H. Begehr, *Boundary value problems in complex analysis I y II* Boletin AMV, volumen XII, (2005)

[2] M.B Balk, *Polyanalytic Functions*

[3] W. Tutschke and C. J. Vanegas, *Clifford algebras depending on parameters an their application to partial diferential equation.* Some topics on value distribution and differentiability in complex and p-adic analysis. Science Press Beijing, (2008), 430-450.

[4] W. Tutschke and C. J. Vanegas, *MÃ©todos del AnÃ¡lisis complejo en dimensiones superiores* XXI Escuela Venezolana de Matemáticas, (2009).

EDP9

El teorema de representación integral de Cauchy para funciones holomorfas en números complejos generalizados de tipo elíptico

Daniel Alayón Solarz

Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas
Universidad Simón Bolívar. Apartado Postal 89000
Caracas 1080-A Venezuela
`danieldaniel@gmail.com`

Los números complejos generalizados elípticos son de la forma

$$z = x + iy,$$

donde

$$i^2 = -\beta i - \alpha.$$

y α y β son constantes reales que satisfacen la condición de elipticidad $4\alpha - \beta^2 > 0$. El núcleo del operador de Cauchy-Riemann en éstas álgebras define una clase de funciones holomorfas más general que el concepto ordinario. Mostraremos una generalización del Teorema de Representacion Integral de Cauchy válida para números complejos generalizados. Este trabajo ha sido realizado conjuntamente con C. J. Vanegas.

Referencias

[1] Wolfgang Tutschke y Carmen Judith Vanegas., *Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores*, Ediciones IVIC.

[2] Tutschke W., Vanegas C.J., *Clifford Algebras Depending on Parameters and their Applications to Partial Differential Equations*, chapter 14 in *Some Topics on Value Distribution and Differentiability in Complex and p-adic Analysis*, Science Press, Beijing, (2008).

[3] I. Yaglom., *Complex Numbers in Geometry*, Academic Press (N. Y.).

Grafos y Combinatoria

Coordinadores: Oscar Ordaz y Domingo Quiroz

GC1

La constante de Olson

Oscar Ordaz

Escuela de Matemáticas y Centro ISYS. Facultad de Ciencias,
Universidad Central de Venezuela, Caracas-venezuela
`oscarordaz55@gmail.com`

Sea G un grupo abeliano finito de orden n y A un subconjunto de G. Si la suma de los elementos de A es cero diremos que A es un *conjunto de suma cero*. Sea $\sum(A) = \{ \sum_{x \in B} x : \emptyset \neq B \subseteq A\}$. Decimos que A es un *conjunto libre de suma cero* si $0 \notin \sum(A)$, es decir, el cero de G no puede escribirse como suma de elementos de A. Sea $o(G) = max\{|A| : A \textit{ conjuntos libres de suma cero de } G\}$, definimos la *constante de Olson* como $O(G) = 1 + o(G)$ es decir $O(G)$ es el mínimo entero positivo tal que todo conjunto de cardinalidad $O(G)$ contiene un subconjunto de suma cero. Es claro que $O(G) \leq D(G)$ siendo $D(G)$ la bien conocida constante de Davenport, definida como el mínimo entero positivo tal que toda secuencia en G de longitud $D(G)$ contiene una subsecuencia de suma cero. La constante de Olson fue introducida por el autor en 1994, en un seminario celebrado en la Universidad Central de Venezuala, en honor a los trabajos sobre conjuntos de suma cero realizados por Olson [8, 9, 10]. El valor exacto de esta constante es solo conocida para pocos grupos [4, 6, 11, 12, 13]. Uno de los primeros resultados conocidos es de Szemeredi [14] quien prueba que todo conjunto $A \subseteq G$ con $|A| \leq c\sqrt{n}$ y c una constante independiente de G, contiene un subconjunto de suma cero, i.e. $O(G) \leq c\sqrt{n}$, previamente Erdős y Graham [5] habían conjeturado que $c = \sqrt{2}$. El objetivo de este trabajo es dar resultados y problemas abiertos sobre $O(G)$.

El siguiente teorema formulado recientemente, da el valor exacto de $O(\mathbb{Z}_p)$ siendo p un número primo:

Teorema 1 (Balandraud)[1]. Sea $A \subseteq \mathbb{Z}_p$ tal que $A \cap -A = \emptyset$, entonces

$$|\sum(A)| \geq min\{p, \frac{|A|(|A|+1)}{2}\}$$

Teorema 2 (Balandraud)[1]. $o(\mathbb{Z}_p) = k$ siendo k el entero más grande tal que $\frac{k(k+1)}{2} < p$.

La prueba es una consecuencia inmediata del Teorema 1: el resultado es obvio para $p = 2$ ya que $\frac{1(1+1)}{2} = 1 < 2 < 3 = \frac{2(1+2)}{2}$. Sea $p \geq 3$ y k el entero más grande tal que $\frac{k(k+1)}{2} < p$. Sea $A = \{1, 2, \cdots, k\} \subseteq \mathbb{Z}_p$ y $\sum(A) = \{1, 2, \cdots, \frac{k(k+1)}{2}\}$, es claro que $0 \notin \sum(A)$, i.e., A es un conjunto libre de suma cero, en consecuencia $o(\mathbb{Z}_p) \geq k$. Supongamos, exista un A libre de suma cero, tal que $|A| = k' > k$. Es claro que $A \cap -A = \emptyset$, luego por el Teorema 1, $\sum(A) \geq min\{p, \frac{k'(1+k')}{2}\} = p$. Contradicción.

En $\mathbb{Z}_p^k$ se tienen los siguientes resultados:

Teorema 3 [12] $O(\mathbb{Z}_p^k) = k(p-1) + 1$ para $k \geq 2p + 1$.

Teorema 4 [4, 13]

- $O(\mathbb{Z}_2^s) = s + 1$ for all $s \geq 1$.
- $O(\mathbb{Z}_3^s) = 2s + 1$ for all $s \geq 3$.

En el siguiente teorema generalizamos el Teorema 3, siendo $D(\mathbb{Z}_p^k) = k(p-1) + 1$ un conocido resutado sobre $D(G)$.

Teorema 5 [11]

1. $O(\mathbb{Z}_p^k) = D(\mathbb{Z}_p^k) = k(p-1) + 1$, for $k \geq p$.
2. $O(\mathbb{Z}_p^k) \geq (k-1)(p-1) + (k-2) + \lceil \frac{-1+\sqrt{8(p-k+2)+1}}{2} \rceil$, for $k < p$.

Teorema 6 [7] Sea p un número primo con $p > 4{,}67 \times 10^{34}$ luego se tiene que $O(\mathbb{Z}_p^2) = p + O(\mathbb{Z}_p) - 1$.

El siguiente teorema mejora el anterior:

Teorema 7 [2] Si $p > 6000$, entonces $O(\mathbb{Z}_p^2) = p + O(\mathbb{Z}_p) - 1$.

Conjetura 8 [7] Para un entero $n \geq 3$ y $k \geq 2$ tenemos:

$$O(\mathbb{Z}_n^k) = n + O(\mathbb{Z}_n^{k-1}) - 1$$

Un conjunto S en G es un *conjunto de suma cero minimal*, si S es de suma cero y no contiene subconjuntos propios de suma cero. Denotaremos con $ZFS_s(G)$ al conjunto de los conjuntos de suma cero minimal en G. En [3] se define la *constante fuerte de Davenport* (Strong Davenport constant) $SD(G)$ de la siguiente forma:

$$SD(G) = max\{|S| : S \in ZFS_s(G)\}$$

Es fácil ver que $SD(G) \leq O(G) \leq SD(G) - 1$ [12]. En [11] tenemos el siguiente resultado:

Teorema 9 [11] $SD(\mathbb{Z}_p^k) \geq D(\mathbb{Z}_p^k) = k(p-1)+1$ para $k \geq p+1$.

Corolario 10 $SD(\mathbb{Z}_p^k) = O(\mathbb{Z}_p^k) = D(\mathbb{Z}_p^k) = k(p-1)+1$ para $k \geq p+1$.

La prueba es una consecuencia inmediata de Teorema 5 (1), Teorema 9 y del hecho $SD(G) \leq O(G) \leq SD(G) - 1$.

Es fácil ver que:

1. $SD(\mathbb{Z}_3) = O(\mathbb{Z}_3) = 2$, $O(\mathbb{Z}_4) = 3$, $SD(\mathbb{Z}_4) = 2$, $O(\mathbb{Z}_2) = 2$, $SD(\mathbb{Z}_2) = 1$.
2. $SD(\mathbb{Z}_3^2) = 6$ y $SD(\mathbb{Z}_3^3) = 7$.

El siguiente proceso [11] permite derivar el valor de $SD(G)$, previo al conocimiento de los conjuntos libres de suma cero de máxima cardinalidad en G.

Para cada conjunto libre de suma cero S de máxima cardinalidad en G hacer lo siguiente:

1. Calcular la suma de todos los elementos de S, denotarlo por h.
2. Chequear si $-h$ es un elemento de S.

Si "no", $A = (-h)S$ es un conjunto de suma cero minimal de talla $O(G)$. Entonces $SD(G) = O(G)$. En caso contrario, continuar con el próximo conjunto. Una vez que se han chequeado todos los conjuntos y han dado "si" es decir, $-h$ es un elemento de S, entonces no existe un conjunto minimal de suma cero de talla $O(G)$ y en consecuencia $SD(G) = O(G) - 1$.

Problemas

- Dar el valor exacto de $O(\mathbb{Z}_p^k)$ para $k < p$.
- Dar el valor de $O(G)$ para otros grupos abelianos G, en particular para $O(\mathbb{Z}_a \oplus \mathbb{Z}_{ab})$.

Referencias

[1] E. Balandraud. An addition and maximal zero-sum free sets in $\mathbb{Z}_p$. Preprint, 2009, arXiv:math/09073492.

[2] G. Bhowmik and J. Schlage-Puchta, An improvement on Olson constant for $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$, Acta Arith. 141 (2010) 311-319.

[3] S. T. Chapman, M. Freeze and W.W. Smith. Minimal zero-sequences and the strong Davenport constant. *Discrete Math.* **203** (1999) 271–277.

[4] C. Delorme, I. Márquez, O. Ordaz and A. Ortuño. Existence condition for barycentric sequences, *Discrete Math.* **281** (2004) 163–172.

[5] P. Erdős and R. I. Graham. Old and new problems and results in combinatorial number theory, L'Enseignement Mathématique, Université de Genéve, Vol. 28, Genéve. 1980.

[6] W. Gao and A. Geroldinger, On long minimal zero sequences in finite abelian groups, *Per. Math. Hungarica* **38** (1999) 179–211.

[7] W. Gao, I. Ruzsa and R. Thangadurai. Olson's constant for the group $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$. *Journal of Comb. Theory Ser. A* **107** (2004) 49–67.

[8] J. E. Olson. A combinatorial problem on finite abelian groups I. *J. Number theory* **1** (1969) 195–199.

[9] J. E. Olson. Sums of sets of group elements. *Acta Arithmetica* **28** (1975) 147–156.

[10] J. E. Olson. An addition theorem modulo p. *J. Combin. Theory* **5** (1968) 45–52.

[11] O. Ordaz, I. Santos and W. Schmid. Olson and strong Davenport constants. Preprint 2010.

[12] O. Ordaz and D. Quiroz. On zero-free sets. *Divulgaciones Matematicas* **14** (2006)1–10.

[13] J. Subocz. Some values of Olsons constant. *Divulgaciones Matematicas* **8** (2000) 121–128.

[14] E. Szemeredi. On a conjecture of Erdős and Heilbronn, *Acta Arith.* **17** (1970) 227–229.

GC2

Una Cota Inferior para la Constante de Olson

Wolfgang Schmid, Oscar Ordaz, Irene Santos

Institut fur Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen,
Karl-Franzens-Universitat Graz,
Heinrichstrasse 36, 8010 Graz, Austria
wolfgang.schmid@uni-graz.at
Departamento de Matemáticas y Centro ISYS,
Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela,
Ap. 47567, Caracas 1041-A, Venezuela
oscarordaz55@gmail.com
Departamento de Matemáticas y Centro ISYS,
Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela,
Ap. 47567, Caracas 1041-A, Venezuela
irene.santos@ciens.ucv.ve

Dentro del campo de la teoría aditiva, se encuentra el área de investigación denominada "problemas de suma cero", la cual estudia condiciones necesarias y suficientes de existencia de subsecuencias de suma cero de una secuencia dada en G.

Si G es un grupo abeliano finito, $S \subseteq G$ una secuencia ó un conjunto, $|S|$ la longitud ó cardinalidad de S y $\sum S = \{\sigma(A) : A \subseteq S\}$ donde $\sigma(A)$ es la suma de los elementos de A. Si $\sigma(A) = 0$, decimos que A es de *suma cero*. Una secuencia es *libre de suma cero* si no es de suma cero y no contiene subsecuencias propias de suma cero.

En 1994, durante un seminario realizado en la UCV, Facultad de Ciencias, Caracas; Oscar Ordaz introduce la constante de *Olson*, en honor a *Olson* y denotada por $O(G)$ [1, 2, 3, 6, 7]. La *constante de Olson*, $O(G)$, es el menor entero positivo t, tal que, todo conjunto de cardinalidad t en G contiene un subconjunto de suma cero. Es claro que $O(G) \leq D(G)$. Siendo $D(G)$ la constante de Davenport, definida como el menor entero positivo t tal que toda secuencia en G de longitud t contenga una subsecuencia de suma cero.

La motivación del presente trabajo es la siguiente conjetura planteada por Gao, Ruzsa y Thangadurai [4]

Conjetura 1. *Para todo entero $n \geq 3$ y $r \geq 2$ se tiene que*

$$O(\mathbb{Z}_n^r) = p + O(\mathbb{Z}_n^{r-1}) - 1$$

Por un resultado de Gao-Geroldinger [3], sabemos: si $k \geq 2p + 1$ con p primo, entonces

$$O(\mathbb{Z}_p^r) = D(\mathbb{Z}_p^r) = r(p-1) + 1$$

de donde, tenemos que la conjetura es cierta para $r \geq 2p + 1$.

En la búsqueda de una respuesta para $r \leq 2p$ obtuvimos una cota inferior para $O(\mathbb{Z}_p^r)$.

Para una secuencia S sobre algún grupo G, denotaremos por $cm(S) = |S| - |supp(S)|$ a la multiplicidad de S siendo $supp(S)$ los elementos distintos en S, notemos que S es un conjunto si, y sólo si $cm(S) = 0$. Denotaremos por $o_k(G)$ a la longitud maximal de una secuencia libre de sumas cero S sobre G con $cm(S) \leq k$; notemos que $o_0(G) = O(G)$ y así $1 + o_0(G) = O(G)$. El siguiente resultado nos da una cota inferior para $O(\mathbb{Z}_p^r)$.

Proposición 1.[5] *Sea S una secuencia libre de suma cero sobre $\mathbb{Z}_p$ con $cm(S) = k$. Entonces para $r \geq k + 2$ tenemos*

$$O(\mathbb{Z}_p^r) \geq (r-1)(p-1) + |S| - 1$$

En particular para $r = k + 2$, tenemos

$$O(\mathbb{Z}_p^r) \geq (r-1)(p-1) + o_k(\mathbb{Z}_p) + 1$$

Cuando $k \geq p - 2$ tenemos $o_k(\mathbb{Z}_p) = p - 1$ y luego para $r \geq p$ concluimos:

$$O(\mathbb{Z}_p^r) = r(p-1) + 1$$

i.e. la Conjetura 1 es cierta para $n = p$ y $r \geq p$.

Referencias

[1] C. Delorme, A. Ortuño, O. Ordaz. *Some existence conditions for barycentric subsets*, Rapport de Recherche N^o 990, LRI, Paris-Sud, Orsay, France. 1995.

[2] C. Delorme, I. Márquez, O. Ordaz and A. Ortuño. Existence condition for barycentric sequences. *Discrete Math.* **281**(2004)163–172.

[3] W. Gao and A. Geroldinger. On long minimal zero sequences in finite abelian groups. *Periodica Mathematica Hungarica* **38** (1999) 179–211.

[4] W. Gao, I. Ruzsa and R. Thangadurai. Olson's constant for the group $\mathbb{Z}_p \oplus \mathbb{Z}_p$. *Journal of Comb. Theory Ser. A* **107** (2004) 49–67.

[5] O. Ordaz, I. Santos and W. Schmid. Olson and strong Davenport constants. Preprint 2010.

[6] O. Ordaz and D. Quiroz. On zero-free sets. *Divulgaciones Matematicas* **14** (2006) 1–10.

[7] J. Subocz. Some values of Olsons constant. *Divulgaciones Matematicas* **8** (2000) 121–128.

GC3

Una Generalización con Pesos de dos Teoremas de Gao

David J. Grynkiewicz, Luz E. Marchán, Oscar Ordaz

Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen, Karl-Franzens-Universität Graz, Heinrichstraße 36, 8010 Graz, Austria
diambri@hotmail.com
Departamento de Matemáticas, Decanato de Ciencias y Tecnologías, Universidad Centroccidental "Lisandro Alvarado", Barquisimeto, Venezuela
elimarchan@yahoo.com
Departamento de Matemáticas y Centro ISYS, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Ap. 47567, Caracas 1041-A, Venezuela
oscarordaz55@gmail.com

Uno de los problemas mas trabajados en teoría aditiva y suma cero, planteado por Rogers [8] en 1961 (y posteriormente popularizado por Davenport), es, dado un grupo abeliano finito G, encontrar el menor entero positivo tal que toda secuencia sobre G de longitud este entero posea una subsecuencia de suma cero. Este número es conocido como la *constante de Davenport* de G y denotado por $\mathsf{D}(G)$. Si modificamos el problema y nos preguntamos que longitud debe tener una secuencia sobre G para garantizar una subsecuencia de suma cero *y* longitud $|G|$, entonces obtenemos la constante $\mathsf{E}(G)$. En 1995, Gao [10] mostró que

$$\mathsf{E}(G) = |G| + \mathsf{D}(G) - 1.$$

Una variación con peso fue introducida por Adhikari [1], [3]. En vez de considerar solamente una secuencia en G, se considera, además, un conjunto $A \subseteq \mathbb{Z}$ de pesos. El problema que se plantea en este caso es entonces, encontrar el menor entero positivo $\mathsf{D}_A(G)$ tal que toda secuencia sobre G de longitud $\mathsf{D}_A(G)$ contiene una subsecuencia $s_1 \cdots s_r$ con $\sum_{i=1}^{r} a_i s_i = 0$ para algunos $a_i \in A$, y cual es la menor longitud $\mathsf{E}_A(G)$ tal que toda secuencia sobre G de longitud $\mathsf{E}_A(G)$ contiene una subsecuencia $s_1 \cdots s_{|G|}$ de longitud $|G|$ con $\sum_{i=1}^{|G|} a_i s_i = 0$ para algunos $a_i \in A$. Muchos trabajos recientes han sido dedicados a calcular o a estimar $\mathsf{D}_A(G)$ y $\mathsf{E}_A(G)$ para algunos conjuntos A y para algunos grupos G [2] [3] [4] [5] [9]. En [9], después de algunos cálculos, se ha conjeturado que:

$$\mathsf{E}_A(G) = |G| + \mathsf{D}_A(G) - 1,$$

Observemos que cuando $A = \{1\}$ tenemos el resultado de Gao, de modo que la conjetura es una generalización de dicho resultado. Esta conjetura ha sido confirmada parcialmente por Adhikari, Rath, Chen, David, Urroz, Xia, Yuan, Zeng y Thangadurai. En nuestro trabajo presentamos un resultado que confirma tal conjetura para cualquier grupo abeliano finito [7].

Un resultado de Gao [10], el cual generaliza un resultado de Olson [6], establece que si G es un grupo abeliano finito, S es un secuencia en G de longitud $|G| + \mathsf{D}(G) - 1$, y existen a lo más $|S| - |G/H| + 1$ términos de S en cualquier clase $\alpha + H$ con $H < G$ propio, entonces todo elemento de G puede ser representado como la suma de una $|G|$-subsecuencia de S. Otra consecuencia de nuestro resultado principal es una generalización con pesos de este resultado de Gao.

Referencias

[1] S. D. Adhikari and P. Rath, *Davenport constant with weights and some related questions*, Integers **6** A 30 (electronic) (2006).

[2] S. D. Adhikari, R. Balasubramanian, F. Pappalardi and P. Rath, *Some zero-sum constants with weights*, Proc. Indian Acad. Sci. (Math. Sci), **118** (2008), no. 2, 183–188.

[3] S. D. Adhikari, Y. G. Chen, J. B. Friedlander, S. V. Konyagin and F. Pappalardi, *Contributions to zero-sum problems*, Discrete Math. **306** (2006), 1–10.

[4] S. Griffiths, *The Erdos-Ginzurg-Ziv theorem with units*, Discrete Math., **308** (2008), no. 23, 5473–5484.

[5] F. Luca, *A generalization of a classical zero-sum problem*, Discrete Math. **307** (2007), 1672–1678.

[6] J. E. Olson, *An addition theorem for finite abelian groups*, J. Number Theory, **9** (1977), 63–70.

[7] D. J. Grynkiewicz, L. E. Marchan and O. Ordaz, *A Weighted Generalization of Two Theorems of Gao*, Preprint 2009, arXiv: math/0903.2810v1.

[8] K. Rogers, *A combinatorial problem in abelian groups*, Proc. Cambridge Philos. Soc., **59** (1963), 559–562.

[9] R. Thangadurai, *A variant of Davenport's constant*, Proc. Indian Acad. Sci. (Math. Sci), **117** (2), (2007), 147–158.

[10] W. Gao, *Addition theorems for finite abelian groups*, J. Number Theory, **53** (1995), 241–246.

GC4

Números de Ramsey Baricéntrico y de Suma Cero

Yair Caro, Leida González, Luz E. Marchán, Oscar Ordaz

Department of Mathematics. University of Haifa-Oranim. Tivon-36006. Israel
yacaro@kvgeva.org.il
Departamento de Matemáticas and Laboratorio MoST Centro ISYS, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Ap. 47567, Caracas 1041-A, Venezuela
leida104@gmail.com
Departamento de Matemáticas. Decanato de Ciencias y Tecnologías, Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Barquisimeto, Venezuela
elimarchan@yahoo.com
Departamento de Matemáticas and Laboratorio MoST Centro ISYS, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Ap. 47567, Caracas 1041-A, Venezuela
oscarordaz55@gmail.com

Sea G un grupo abeliano finito de orden n. El *número de Ramsey baricéntrico* $BR(H,G)$ es el menor entero positivo r tal que para cualquier coloración de los lados del grafo completo K_r por elementos de G contienen un subgrafo H cuyos colores asignados a sus lados constituyen una secuencia baricéntrica, esto es, existe un lado cuyo color es el promedio de los colores de todos los lados en H. Cuando el número de lados $e(H)$ de H verifica: $e(H) = 0(mod\ exp(G))$ entonces $BR(H,G)$ es el *número de Ramsey de suma cero* $R(H,G)$.

En [1], se dan los número de Ramsey baricéntrico $BR(H,\mathbb{Z}_n)$ para grafos con $2 \le e(H) \le 4$ y $2 \le n \le 5$.

El siguiente resultado, es deducido de la Observación 2.3 del artículo [1], y se usa, para calcular números de Ramsey baricéntricos $BR(H,G)$ para grafos con $e(H) = 5$ y $G = \mathbb{Z}_n$ con $2 \le n \le 4$.

1. Cualquier 3-secuencia de suma cero en $\mathbb{Z}_3$ es formada por aaa o abc.

2. En $\mathbb{Z}_3$ cualquier 3-secuencia de suma cero puede ser extendida a 5-secuencia baricéntrica agregando dos elementos cualesquiera de $\mathbb{Z}_3$, excepto en el caso *aaa* que se debe agregar *ab*.

3. En $\mathbb{Z}_4$ cualquier 4-secuencia baricéntrica puede ser extendida a 5-secuencia baricéntrica agregando cualquier elemento de $\mathbb{Z}_4$.

4. Sea H un grafo, tal que, $e(H) = 5$ y sea H_1 un subgrafo de H con $e(H_1) = 4$ baricéntrico en $\mathbb{Z}_4$. Entonces $BR(H,\mathbb{Z}_4) \le max\{BR(H_1,\mathbb{Z}_4), |V(H))|\}$.

5. Toda 5-secuencia baricéntrica en $\mathbb{Z}_5$, contiene una 4-subsecuencia baricéntrica.

6. $BR(H,\mathbb{Z}_n) \le BR(H,\mathbb{Z}_m)$ cuando $n < m$.

Encontrar el número de Ramsey baricéntrico de un grafo dado no es tarea fácil, ya que no se cuenta con una técnica específica para tal fin, por lo cual se recurre en algunos casos a teoremas de la teoría de grafos o a números de Ramsey baricéntricos ya conocidos.

A continuación daremos algunos de los resultados obtenidos:

- $BR(C_3 \cup K_{1,2},\mathbb{Z}_3) = 6$: Sea $f : E(K_6) \to \mathbb{Z}_3$ y $V(K_6) = \{v_1,\cdots,v_6\}$. Puesto que $BR(K_{1,2} \cup K_2,\mathbb{Z}_3) = 6$ [2], entonces existe en K_6 un $K_{1,2} \cup K_2 = v_1v_2v_3 \cup v_4v_5$ baricéntrico i.e. a-monocromático o con tres colores diferentes. Luego por 2. se obtiene en K_6 un $C_3 \cup K_{1,2}$ baricéntrico, excepto cuando $K_{1,2} \cup K_2$ es a-monocromático y $f(v_3v_1) = b$ y $f(v_5v_6) = a$ (o viceversa). Si $f(v_4v_6) = a$, entonces $C_3 \cup K_{1,2} = v_4v_5v_6v_4 \cup v_1v_2v_3$ es a-monocromático. Si $f(v_4v_6) \in \{b,c\}$, entonces $C_3 \cup K_{1,2} = v_4v_5v_6v_4 \cup v_2v_1v_3$ es baricéntrico.

- $BR(C_3 + 2e,\mathbb{Z}_3) = 5$ [2]: Se sigue directamente usando 2 y del hecho que $BR(P_4,\mathbb{Z}_3) = 5$.

- $BR(P_6,\mathbb{Z}_4) = 6$: Se obtiene directamente usando 3. y del hecho que $BR(P_5,\mathbb{Z}_4) = 6$ [2].

- $BR(K_{1,2} \cup 3K_2,\mathbb{Z}_4) = 9$: Directamente usando 3 y del hecho que $BR(K_{1,2} \cup 2K_2,\mathbb{Z}_4) = 9$ [2].

- $BR(P_5 \cup K_2,\mathbb{Z}_4) = 7$: Puesto que $BR(P_5,\mathbb{Z}_4) = 6$ [2] y P_5 es un subgrafo con $e(P_5) = 4$ entonces por 4. tenemos que $BR(P_5 \cup K_2,\mathbb{Z}_4) = 7$.

Referencias

[1] S. González, L. González and O. Ordaz. *Barycentric Ramsey numbers for small graphs*. Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society. (2) 32(1)(2009) 1-17.

[2] Y. Caro, L. González. L. E. Marchan and O. Ordaz. *Barycentric and zero-sum Ramsey numbers*. To appear in Ars Combinatorica.

GC5

Contando átomos

Márquez Isabel, Pérez Jorge

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado,
Decanato de Ciencias y Tecnologías. Departamento de Matemática.
Barquisimeto, Venezuela
imarquez@ucla.edu.ve, hadolfj82ve@yahoo.es

Sea G un grupo abeliano finito. Una secuencia de suma-cero de G, es una secuencia no vacia de G cuyos elementos suman cero. Si S es una secuencia de suma-cero y no contiene subsecuencias propias de suma-cero, S es una secuencia suma-cero minimal.

Las secuencias de G pueden considerarse como los elementos de un **monoide libre con base** G, al cual denominaremos $F(G)$.

Denotaremos por $B(G)$ el conjunto formado por todas las secuencias suma-cero de G y por $A(G)$ todas las secuencias suma-cero minimales. Entonces $B(G)$ es un submonoide de $F(G)$ (también llamado monoide bloque sobre G) y $A(G)$ el conjunto formado por los átomos de $B(G)$.

La constante de Davenport $D(G)$ es el menor entero t tal que toda secuencia de longitud t contiene una subsecuencia de suma-cero. Una secuencia es Davenport si es suma-cero minimal y de longitud $D(G)$. Es conocido que el número de secuencias Davenport en grupos ciclicos de orden n es $\phi(n)$, la función Phi de Euler. Mostraremos que:

S es una secuencia de Davenport en Z_n si y sólo si $S = \underbrace{a, \cdots, a}_{n \text{ veces}}$

donde a es un generador de Z_n.

Por otra parte, es también conocido que si G es un grupo ciclico de orden n, entonces el número de átomos de $B(G)$, de longitud 2 es $\left\lceil \frac{n-1}{2} \right\rceil$.

Mostraremos que:

El número de átomos en $B(Z_2^n)$, es:

$$\left(\sum_{m=3}^{n+1} \frac{\prod_{i=0}^{m-2} 2^n - 2^i}{m!} \right) + 2^n.$$

Palabras claves: grupos abelianos finitos, secuencias cero, secuencias cero minimales, monoide bloque, átomos.

Referencias

[1] C. Delorme, I. Márquez, O. Ordaz and A. Ortuño. *Existente condition for barycentric sequences*. Discrete Math. 281 (2004)163–172.

[2] B. Finklea, T. Moore, and Z. Turner. *Combinatorial Approaches to Minimal Zero Sequences of Finite Abelian Groups and a Surprising Connection*. Trinity University, Mathematics Technical Report No. S24, San Antonio, TX 2003.

[3] W. Gao and A. Geroldinger. *On long minimal zero sequences in finite abelian groups*. Period. Math. Hungar., 38(3):179–211, 1999.

GC6

El Álgebra de Hopf de un Operad Conjuntístico

Jean Carlos Liendo , Miguel Méndez

Universidad Central de Venezuela
jean.liendo@ciens.ucv.ve
Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas
mmendez@ivic.ve

Un operad conjuntístico es un monoide en la categoría monoidal de las especies positivas junto a la operación de substitución. De esta manera los operads conjuntísticos nos permiten armar y desarmar estructuras combinatorias. A partir de un operad conjuntístico M que sea cancelativo a la izquierda y que envíe a cualquier conjunto formado por un solo elemento en un conjunto formado por un solo elemento, definimos un orden parcial sobre todas las asambleas de M-estructuras. Dicho orden permite la construcción de una coálgebra sobre el espacio vectorial libremente generado por todos los tipos de asambleas de M-estructuras y que denominamos la *coálgebra natural del operad M*. Esta coálgebra es una coálgebra de incidencia reducida y además, definiendo una operación binaria sobre el conjunto de todos los tipos de asambleas de M-estructuras, es una de biálgebra. El problema de esta biálgebra es que no tiene unidad. Definimos una relación de equivalencia sobre sus generadores la cual permite la construcción de lo que denominamos en este trabajo *el álgebra de Hopf natural del operad M*. Damos una fórmula combinatoria para la antípoda de esta familia de álgebras de Hopf, utilizando argumentos teóricos sobre la especie de los árboles de Schröder M-enriquecidos.

Referencias

[1] F. Bergeron, G. Labelle, P. Leroux, *Combinatorial Species and Tree-like Structures, Encyclopedia of Mathematics and its Applications.* Volume 67, Cambridge University Press, 1998.

[2] F. Chapoton and M. Livernet, *Relating Two Hopf Algebra Built from An Operad, International Mathematics Research Notices* Vol. 2007, Article ID rnm131, 27 pages.

[3] Haiman Mark and Schmitt William, *Incidence Algebra Antipodes and Lagrange Inversion in One and Several Variables.* Journal of Combinatorial Theory, no A-50, (1989):172-185.

[4] Méndez Miguel A. *Monoides, C-monoides, Especies de Möbius y Coálgebras.* Tesis Doctoral UCV (1989). Ver versión electrónica en:
http://www.ivic.ve/matematicas/documentos/tesisMiguelMendez.pdf

[5] Méndez Miguel A. *Kozul duality for monoids and the operad of enriched rooted trees.* Aceptado en Advances in Applied Mathematics. Ver versión electrónica en: http://arxiv.org/abs/0812.4831v1

[6] Mac Lane, S. *Categories for the working mathematician.* 2nd edition, Springler-Verlag 1998.

[7] Mendez M. and J. Yang, *Möbius Species.* Advances In Mathematics, Vol. 85, pp. 83-128, 1991.

[8] Schmitt W. *Antipodes and incidence coálgebras.* Ph. D. thesis, M.I.T. 1986.

[9] Schmitt, W. R. *Incidence Hopf algebras.* Journal of Pure and Applied Algebra, no. 3 (1994), 299-330.

[10] S.A. Joni and Rota G.C. *Coálgebras and Biálgebras in Combinatorics* Studies in Applied Mathematics 61 (1979), 93-139.

[11] Sweedler M. *Hopf Algebras.* Benjamin, New York, 1969.

GC7

Existencia de $k-$Factores en Grafos Bipartitos Balanceados con Radio Pequeño

Daniel Brito, Ysbel Rodríguez

Universidad De Oriente, Núcleo De Sucre
dbrito@sucre.udo.edu.ve
Instituto Universitario de Tecnología de Cumaná
y_rodriguezr@hotmail.com

En [2] Hoffmann y Volkmann introducen los siguientes conceptos: la excentricidad de un vértice x se define como $e(v) = max\{d(v,x) : x \in V(G)\}$; el radio $r(G)$ y el diametro $dm(G)$ de un grafo G son la mínima y la máxima excentricidad respectivamente; conceptos interesantes que nos conducen en esta oportunidad a estudiar la conexión entre vértices de alta excentricidad y la existencia de $k-$factores en grafos regulares bipartitos balanceados; en otras palabras, dado G un grafo bipartito balanceado $d-$regular y un $k \in \mathbb{Z}^+$, encontrar el número de vértices en función de d y k de una determinada excentricidad en la cual se garantice un $k-$factor. Considerando que un grafo $G(A,B,E)$ es $r-$regular si $d_G(x) = r$ para todo x en G y un $k-$factor F de un grafo G es un subgrafo generador de G tal que cada vértice tiene grado k en F.

Referencias

[1] J.A. Bondy y U.S.R. Murty, *Graphs Theory with Aplications.* American Elsevier, New York (1976).

[2] A. Hoffmann y L. Volkmann, *On regular factors in regular graphs with small radius.* The Electronic Journal Of Combinatorics **11**, (2004), #7.

GC8

Hamiltonicidad y Unión de Vecindades en Grafos Bipartitos Balanceados

Daniel Brito, Ángel Tineo

Universidad De Oriente, Núcleo De Sucre
dbrito@sucre.udo.edu.ve
Instituto Universitario de Tecnología de Cumaná
aatineoy21@gmail.com

Un grafo $G = (V,E)$ es un grafo bipartito balanceado si hay una partición de V en dos conjuntos de vértices independientes A y B, con $|A| = |B| = n$, tal que cada lado del grafo tienen un vértice extremo en A y el otro en B. Se denota por $G = (A,B)$ o $G = (A \cup B, E)$. Los vecinos de un vértice x de $V(G)$ es el conjunto de vértices que estan unidos a x mediante un lado, se denota por $N(x)$. S es un conjunto balanceado en G, si S es un subconjunto de vértices de $V(G)$, tal que $|S \cap A| = |S \cap B|$. Además $N(S)$ es la unión de vecinos de un conjunto balanceado S. En este trabajo se presenta una extension del número de vértices de los resultados dados en [2]; sea G un grafo bipartito balanceado de orden $2n$, si para cualquier conjunto balaceado S, $|S| = 6$, se tiene que $|N(S)| = f(n)$, donde f es una función de n, entonces G es hamiltoniano.

Referencias

[1] J.A. Bondy y U.S.R. Murty, *Graphs Theory with Aplications.* American Elsevier, New York (1976).

[2] G. Chen, A. Saito, B. Wei y X. Zhang, *The hamiltonicity of bipartite graphs involving neighborhood unions.* Disrete Mathematics **249**, (2002), 45-56.

GC9

Ciclos de Máxima Longitud en un Grafo Bipartito Balanceado 3-Conexo

Yusleidy Alcalá, Daniel Brito

Universidad de Orirente, Núcleo de Sucre,
Departamento de Matemáticas, Cumaná
Ceyyu-09@.hotmail.com
Universidad de Orirente, Núcleo de Sucre,
Departamento de Matemáticas Cumaná
dbrito@sucre.udo.edu.ve

Se utiliza la terminología estándar [1]. Se considera un grafo G con vértices el conjunto $V(G)$ y lados el conjunto $E(G)$. S es un conjunto de vértices independientes de un grafo G si para todo par de vértices $u, v \in S$, $uv \notin E(G)$. Un grafo $G = (V,E)$ es un grafo bipartito balanceado si hay una partición de V en dos conjuntos de vértices independientes, A y B con $\mid A \mid = \mid B \mid = n$, tal que cada lado del grafo tiene un vértice extremo en A y el otro en B. Se denota por $G = (A,B,E)$. $c(G)$ denota el orden del ciclo de máxima longitud en G. G es k- conexo si k es el menor número de vértice que al eliminarlos desconectan al grafo. $\sigma_{2,2}(G)$ es la menor suma de los grados de un conjunto de vértices independientes de cardinalidad cuatro. El objetivo de este trabajo es mostrar una extensión del resultada dado en [2]. El resultado es el siguiente: Sea G un grafo bipartito balanceado 3-conexo de orden $2n$ y mínimo grado $\delta(G) \geq 3$ entonces G es hamiltoniano o $\sigma_{2,2}(G) \leq c(G)$.

Referencias

[1] Bondy, J. and Murty, U. Graphs Theory with Application. North Holland.New York (1976).

[2] Kaneko, A. and Yoshimoto, K. On longest cycles in a balanced bipartite graph with Ore type Condition, II. (2002), 2-22.

GC10

Mejor cota con respecto a los parametros $k(G)$ y $\alpha_T^B(G)$ en Grafos Bipartitos Balanceados

Lope Marín, Daniel Brito

Universidad de Orirente, Núcleo de Sucre, Cumaná
lmata73@gmail.com
Universidad de Orirente, Núcleo de Sucre, Cumaná
dbrito@sucre.udo.edu.ve

Se utiliza la terminología estándar [1]. Sea $G = (X \cup Y, E)$ un grafo bipartito balanceado de orden $2n$ y de vértice conectividad $k(G)$. Un árbol generador T de G es un árbol independiente, si el conjunto de vértices finales (vértices de grado uno en T) es un conjunto independiente en G (los vértices finales de T son mutuamente no adyacentes en G). Si G tiene un árbol independiente T, $\alpha_t^B(G,T)$ denota la cardinalidad del conjunto balanceado de vértices finales de T y además, $\alpha_T^B(G)$ define el máximo $\alpha_t^B(G,T)$ para todo árbol independiente T de G. En este trabajo se logra extender a grafos bipartitos balanceados el resultado dado en [2], usando técnicas similares a las dadas en [3] y [4]. El resultado es el siguiente: Sea $G = (X \cup Y, E)$ un grafo bipartito balanceado de orden $2n$ y $k(G) \geq 4$, que contiene un árbol independiente T. Si $\alpha_T^B(G) \leq k(G) + 1$, entonces G es hamiltoniano . El resultado anterior es el mejor posible con respecto a los parametros $k(G)$ y $\alpha_T^B(G)$

Referencias

[1] J. Bondy and U. Murty, Graphs Theory with Applications, *North Holland New York*, (1976).

[2] D. Brito, L. Marín and G. Lárez Árbol independiente en grafos bipartitos balanceados. *Saber*, 18-1 (2006) 60-63.

[3] H. Broersma and H. Tuinstra, Independence trees and Hamilton cycle. *Graphs Theory*, 29 (1998) 227-237.

[4] O. Favaron, P. Mago and O. Ordaz, On the bipartite independence number of a balanced bipartite graph. *Discrete Mathematics*, 121 (1993) 55-63.

GC11

Conjuntos Independientes Balanceados y Hamiltonicidad en Grafos Bipartitos Balanceados

Daniel Brito, Lope Marín

Universidad de Orirente, Núcleo de Sucre, Cumaná
dbrito@sucre.udo.edu.ve
Universidad de Orirente, Núcleo de Sucre, Cumaná
lmata73@gmail.com

Se utiliza la terminología estándar [3]. Se considera un grafo G con vértices el conjunto $V(G)$ y lados el conjunto $E(G)$. S es un conjunto de vértices independientes de un grafo G si para todo par de vértices $u, v \in S$, $uv \notin E(G)$. Un grafo $G = (V, E)$ es un grafo bipartito balanceado si hay una partición de V en dos conjuntos de vértices independientes, A y B con $\mid A \mid=\mid B \mid= n$, tal que cada lado del grafo tiene un vértice extremo en A y el otro en B. Se denota por $G = (A, B, E)$. S es un conjunto independiente balanceado en G, si S es un subconjunto de vértices independientes de $V(G)$, tal que $\mid S \cap A \mid=\mid S \cap B \mid$. $N(S)$ es la unión de vecinos de un conjunto independiente balanceado S. Un grafo G es hamiltoniano si tiene un ciclo conteniendo todos los vértices de G sin repetir ninguno de ellos. En este trabajo se presenta una extensión en función del mínimo grado de los resultados dados en [1] y [2]. Sea G un grafo bipartito balanceado de orden $2n$ con mínimo grado δ. Si para cualquier conjunto independiente balanceado $S = f(\delta)$, donde f es un función de δ, se tiene $\mid N(S) \mid \geq n + 1$, entonces G es hamiltoniano.

Referencias

[1] Denise Amar, Stephan Brandt, Daniel Brito, Oscar Ordaz. Neighborhood conditions for balanced independent sets in bipartite graphs, *Discrete Mathematics*, 181 (1998), 31-36.

[2] Daniel Brito and Gladys Lárez. Neighborhood conditions for balanced bipartite graphs to be Hamiltonian, *International Jouirnal of Pure and Applied Mathematics*, 34, No 4 (2007), 509-512.

[3] M. Behzad, G. Chartrand, L. Lesniak,Graphs and Digraphs, *Wadsworth International Group*, USA (1981).

GC12

Un Nuevo Método para el Cálculo de la Constante de Olson k-baricéntrica

Felicia Villarroel , Juan Otero

Departamneto de Matemtática. UDO-SUCRE
feliciavillarroel@gmail.com
Departamento de Informática. IUT-Cumaná
jmotero746@hotmail.com

Sea G un grupo abeliano finito de orden n y sea S una secuencia de elementos de G. Una secuencia $f : A \to G$, donde A es un conjunto finito con $|A| \geq 2$ y tal que existe $a \epsilon A$ que verifica $\sum_A f = |A| f(a)$ se denomina *secuencia baricéntrica o conjunto baricéntrico* para el caso cuando S sea un conjunto. El elemento $f(a)$ se conoce como baricentro. En [1] se define la *constante de Olson k-baricéntrica*, $BO(k, G)$, como el menor entero positivo t tal que todo t-conjunto en G contiene un subconjunto k-baricéntrico. En base a la Teoría de Órbitas en [2]; se calcularon valores exactos para esta constante, para el grupo cíclico $\mathbf{Z_n}$, con $3 \leq n \leq 12$ y $3 \leq k \leq n$. El objetivo principal de este trabajo es mostrar nuevos valores para $n \geq 3$ y $3 \leq k \leq n$, de la constante, $BO(k, G)$; utilizando matrices. Dicho método se inicia cuando se quiere obtener $BO(k, G)$, con los elementos de $G = \mathbf{Z_n} = \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$. En primer lugar se forman todas las combinaciones de esos elementos sin repetición mediante la expresión

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Donde k es la cardinalidad del conjunto a formar en la constante. Luego se verifica cuales de los conjuntos son k-baricéntricos y cuáles no, si todos los conjuntos son k-baricéntricos nuestro método finaliza, y se tiene que $BO(k, G) = k$. Si $n = k$ y n es par $BO(k, G)$ no existe y si n es impar con $k = n - 1$ $BO(k, G)$ no existe. En caso contrario, se forman dos matrices, una formada por los conjuntos k-baricéntricos y otra formada por los conjuntos no k-baricéntricos, esta última matriz es de orden $p \times k$, donde p es el número de conjuntos no k-baricéntricos, a partir de cada conjunto no k-baricéntrico se construyen matrices de orden $m \times (m + 1)$, donde $m = n - k$, y se verifica que sean matrices k-baricéntricas de serlo el valor de $BO(k, G) = m + 1$, sino se construyen matrices, de otro nivel, es decir , de orden $(m-1) \times (m+2)$ y se verifican que las matrices sean k-baricéntricas, de serlo la $BO(k, G) = m + 2$, así se continua el proceso hasta que todas las matrices sean k-baricéntricas, luego $BO(k, G) = q$, donde q es el número de columnas de las matrices k-baricéntricas de el último nivel [2].

Referencias

[1] C. Delorme;S. González; O. Ordaz and M. Varela. *Barycentric sequences and barycentrics. Ramsey Numbers stars*. Discrete Math. 277(2004)45-56.

[2] F. Villarroel. Tesis Doctoral. *"La constante de Olson k-baricéntrica y un teorema inverso de Erdös-Ginzburg-Ziv"*. Universidad Central de Venezuela. Marzo 2008. Caracas-Venezuela.

[3] H. Márquez. F. Villarroel and J. Otero. *Un Método matricial para el cálculo de las constantes de Davenport y Olson k-baricéntrica*. Preprint

Historia de las Matemáticas

Coordinador: Douglas Jiménez

HIS1

Arquímedes y el cálculo de áreas, volúmenes y centros de gravedad

José Heber Nieto Said

Universidad del Zulia, Facultad de Ciencias
Departamento de Matemática
jhnieto@gmail.com

En esta ponencia se examinan y evalúan los métodos matemáticos y mecánicos utilizados por Arquímedes para obtener y demostrar sus famosos resultados sobre áreas, volúmenes y centros de gravedad de varias figuras geométricas, tales como el área del segmento parabólico, el volumen de la esfera y el volumen y centro de gravedad de un segmento de paraboloide de revolución.

Palabras clave: Arquímedes, método, área, volumen, equilibrio, centro de gravedad, exhaución.

Referencias

[1] Archimedes, J. L. Heiberg (ed.), *Geometrical Solutions Derived from Mechanics: A Treatise of Archimedes*, Open Court Publishing, Chicago, 1909. Disponible en http://www.archive.org/details/cu31924001507627.
Nueva edición: BiblioLife LLC, Charleston, 2009.

[2] Archimedes, T. L. Heath (ed.), *The Works of Archimedes*, Cambridge University Press, Cambridge, 1897. Dover, New York, 2002 (esta edición incluye un Suplemento de 1912 con *El Método*).

[3] Arquímedes, *El Método*. Introducción y notas de L. Vega. Alianza Editorial, Madrid, 1986.

[4] Arquímedes, *El "Método"*. Introducción y notas de José Babini. Eudeba, Buenos Aires, 1966.

HIS2

Reconstrucción Histórica de la Educación Matemática en Venezuela: Algunos Temas Pendientes

Fredy Enrique González

Núcleo de Investigación en Educación Matemática
"Dr. Emilio Medina" (NIEM).
Universidad Pedagógica Experimental Libertador;
Núcleo Maracay; Dept. de Matemática
fredygonzalez@hotmail.com

El trabajo que aquí se expone corresponde a un estudio más amplio, intitulado *Reconstrucción Histórica de la Educación Matemática en Venezuela* (González, 1998), que se lleva a cabo en la línea de investigación en Educación Matemática, adscrita al NIEM, coordinada por el autor, y cuyo propósito es coadyuvar al incremento de la conciencia colectiva de los educadores matemáticos venezolanos en relación al proceso de constitución de la Educación Matemática como campo disciplinario en el país. La complejidad de este asunto ha sido abordada mediante la indagación de diferentes aspectos que, conjuntamente, contribuirán a delinear la trayectoria del desarrollo de la Educación Matemática venezolana. La estrategia metódica de la investigación ha implicado la puesta en juego de una variedad de perspectivas teóricas, técnicas, instrumentos, recursos y procedimientos ad hoc, definidos en concordancia con cada uno de los aspectos específicos indagados. En su etapa actual de desenvolvimiento, se han examinado los siguientes asuntos: las publicaciones periódicas venezolanas en Educación Matemática; la producción científica de los programas de postgrado en Educación Matemática existentes en Venezuela; la presencia de la Educación Matemática en revistas científicas venezolanas; la investigación en Educación Matemática expuesta en los COVEM; la producción científica generada por una unidad de investigación en Educación Matemática; presencia venezolana en la Actas Latinoamericanas de Matemática Educativa; algunos de estos trabajos ya han sido culminados, otros están en ejecución. Sin embargo, aún queda mucho por hacer, de allí que, en la presente ponencia se hará mención a algunos de los temas cuyo estudio está pendiente para avanzar más en la historia social de la Educación matemática en Venezuela; de cada uno de estos temas se señalarán: Título, propósito y posible abordaje metodológico. Teóricamente, el estudio se ubica en el marco de la Historia Social y asume planteamientos epistemológicos de L. Fleck y de S. Toulmin.

Referencias

[1] FLECK, L. *La Génesis y el Desarrollo de un Hecho Científico.* Madrid: Alianza Editorial, (1986).

[2] GONZÁLEZ, F. *La Educación Matemática en Venezuela: Apuntes para su reconstrucción histórica. Conferencia pronunciada en el III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Universidad Central de Venezuela; Caracas, 28 al 31 de Julio de 1998.

[3] TOULMIN, S. *La comprensión humana*. Madrid: Editorial Alianza Universidad. (1977).

HIS3

La derivada desde Fermat hasta Weierstrass

Alexis Salcedo

Universidad Nacional Experimental del Yaracuy (UNEY)
calculotv@gmail.com

Históricamente hablando, hubo cuatro pasos o momentos en el desarrollo del concepto actual de la derivada, que se enuncian aquí en orden cronológico. La derivada primero fue utilizada; luego fue descubierta; luego fue explorada y desarrollada; y finalmente fue definida. Es decir, ejemplos de lo que ahora se reconocen como derivadas se utilizaron primero sobre una base ad hoc en la solución de problemas particulares; luego fue identificado el concepto general que había detrás de estos usos (como parte de la invención del cálculo); entonces muchas propiedades de la derivada fueron explicadas y desarrolladas en aplicaciones tanto para la matemática como para la física; y, finalmente, una definición rigurosa fue dada y el concepto de la derivada fue incrustado en una teoría rigurosa. Vamos a describir los pasos, y daremos un ejemplo matemático detallado de cada uno de esos pasos. A continuación, reflexionaremos sobre lo que significan para el profesor, el historiador y para el matemático.

Referencias

[1] Judith V. Grabiner, *The Changing Concept of change: The Derivative from Fermat to Weierstrass.* Mathematics Magazine, Vol. 56, (1983), 195–206.

[2] Margaret Baron, *Origins of the Infinitesimal Calculus.* Pergamon, Oxford, (1969).

[3] Carl Boyer, *History of the Calculus and Its Conceptual Development.* Dover, New York, (1959).

[4] Judith V. Grabiner, *The Origins of Cauchy's Rigorous Calculus.* M. I. T. Press, Cambridge and London, (1981).

[5] Michael S. Mahoney, *The Mathematical Career of Pierre de Fermat, 1601-1665.* Princeton University Press, Princeton, (1973).

[6] Edwards, Charley Henry, *The Historical Development of the Calculus.* Springer-Verlag, New York, (1979).

[7] Morris Kline, *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times.* Oxford, New York, (1972).

HIS4

Historia del Álgebra Lineal en la Educación Media

Julio Mosquera

Mención Matemática. Área de Educación.
Universidad Nacional Abierta
jmosque@una.edu.ve

Las matemáticas escolares pueden ser consideradas como aquella parte de las ciencias matemáticas que ha sido seleccionada por una sociedad determinada en un momento histórico dado para ser enseñada a sus niños y jóvenes. Esas matemáticas para ser enseñadas adquieren en la escuela una dinámica diferente a la de las ciencias matemáticas que le dan origen. Por ejemplo, en nuestro país las matemáticas escolares han cambiado muy poco, por lo menos formalmente, en las últimas tres décadas; mientras que, nadie pone en duda, en las ciencias matemáticas se han producido avances importantes. Sin embargo, esa historia no es totalmente independiente de la historia de las ciencias matemáticas. En este trabajo presento una investigación sobre el álgebra lineal en la educación secundaria venezolana según los programas de estudio oficiales y libros de texto de matemáticas con la finalidad de explorar la relación entre las matemáticas escolares y las ciencias matemáticas.

Referencias

[1] BOSSIO VIVAS, B. L. *Matemáticas. Tercer Curso. Álgebra–Geometría*, (1957).

[2] TEBAR CARRASCO, E. *Complementos de Matemáticas (Álgebra)* Tipografía Cervantes (1952).

[3] NAVARRO, E. *Prácticas de Matemáticas.* (1972).

[4] GIMÉNEZ ROMERO, J. *Matemática V. 2º Año. Ciclo Diversificado.* Eneva. (1973).

[5] GIMÉNEZ ROMERO, J. *Curso Propedeútico de Matemática con 1500 Ejerccios.* Vega. (1974).

HIS5

De la antifairesis sin la aritmética implicada: el libro II de Euclides y la postura de Fowler

Douglas Jiménez

Universidad Nacional Experimental Politécnica (UNEXPO)
"Antonio José de Sucre"
Vicerrectorado de Barquisimeto
Sección de Matemática
dougjim@gmail.com

El historiador inglés David Fowler propone la antifairesis o sustracciones sucesivas como un proceso estrictamente geométrico, aún cuando admita una interpretación aritmética en términos de la teoría de las fracciones continuas. En esta ponencia veremos cómo pueden utilizarse las técnicas geométricas del libro II –esto es, técnicas que involucran rectángulos y triángulos– como vía para conseguir la antifairesis de las razones inconmensurables equivalentes a las raíces cuadradas de enteros no cuadrados perfectos.

Palabras clave: antifairesis, logos, razón, fracciones continuas.

Referencias

[1] Euclid. *The thirteen books of the Elements. Translated with introduction and commentary by Sir Thomas L. Heath.* (Tres volúmenes.) Dover Publications, Inc. New York. Segunda edición. 1956.

[2] Euclides. *Elementos. Traducción y notas de María Luisa Puertas Castaños.* (Tres volúmenes.) Edit. Gredos, Madrid. 1991.

[3] *Euclid's Elements of Geometry*. (Edición bilingue griego–inglés con el texto canónico griego de J. L. Heiberg.) Richard Fitzpatrick. 2007.

[4] David Fowler. *The Mathematics of Plato's Academy*. Oxford University Press. New York. Segunda edición. 1999.

[5] Jiménez, Douglas. ¿Qué era un irracional para un matemático griego? *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*. 2006. XIII(1): 87–103.

HIS6

Historia de la Integral de Multifunciones

José Gascón Márquez

Universidad Nacional Abierta
jogascon@una.edu.ve

La teoría de integración, con sus raíces en el trabajo de los griegos, se desarrolló de manera moderna desde el trabajo de Cauchy y Riemann, con la influencia decisiva de los problemas de fundamentos planteados por el trabajo de Fourier. Desde el artículo seminal de Aumann [1] la teoría de integración de multifunciones se ha desarrollado vigorosamente, apareciendo diferentes desarrollos que extienden el trabajo de Aumann a infinitas dimensiones o presentan un enfoque alterno. Nuestro objetivo es hacer un breve recuento de la teoría de integración de multifunciones hasta el trabajo de Dodou Saxir Thiam [5]. Empezamos describiendo el trabajo de Aumann, que de acuerdo a Papageorgiu-Hu [3] es el enfoque más adecuado y natural de cómo integrar una multifunción. Posteriormente, revisamos el aporte de Debreu [2], que usa el teorema de inmersión de Radstrom y la integral de Bochner como herramientas fundamentales. Un punto interesante de lo presentado es exponer las ideas del matemático Dodou Saxir Thiam, quien desarrolló la integral de Daniell para multifunciones y cuyo trabajo es poco mencionado en la mayor parte de los trabajos sobre el tema. Por último, hacemos una rápida revisión por los novedosos y más recientes desarrollos del tema.

Referencias

[1] R. J. Aumann, *Integrals of set valued functions.* J. Math. Anal. Appl., **12**, (1965), 1-12 .

[2] G. Debreu, *Integration of Correspondences.* in Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability 2,part 1 (1967), 351-372.

[3] S, Hu and N. Papageorgiou, “Handbook of Multivalued Analysis”, Vol. I, Kluwer, Dordrecht, 1997. *Integration of Correspondences.* in Proceedings of the Fifth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability 2,part 1 (1967), 351-372.

[4] E. Pap et al, ”Handbook of Measure Theory”, Vol. I, North-Holland, Amsterdand, 2002.

[5] D.S. Thiam, *Intégrale de Daniell a valeurs dans un semi-groupe ordonné.* C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A , **281**, (1975), 215-218 .

[6] H. Radstrom, *An embedding theorem for spaces of convex sets* Proceedings of the American Mathematical Society 3 , (1952), 165-169.

HIS7

Rithmomachia: La Batalla de los Números

Tomás Guardia

Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias.
Universidad Central de Venezuela
tomas.guardia@ciens.ucv.ve

Durante la época medieval cobró fama entre los estudiantes de las siete artes liberales una versión matemática del ajedrez llamada Rithmomachia o Rithmomaquia que también se denominaba el juego de los filósofos o la batalla de los números. El tablero es rectangular distribuido en 8×16 casillas y las piezas son círculos, triángulos, cuadrados y una pirámide que adopta cualquiera de las formas anteriores. El juego es la batalla entre los números pares e impares. El movimiento de las piezas es por medio de progresiones aritméticas y geométicas. Para ganar la partida es necesario hacer cierto tipo de combinaciones de sucesiones entre ellas; podemos citar la victoria Honorífica, la Magna y la Corpore. Expondremos en esta charla este fascinante juego medieval creado por Bohetius pero también atribuido a Pitágoras y que gozó de popularidad entre los siglos XI, XII y XIII.

Referencias

[1] MOYER, A. *The Philosophers' Game: Rithmomachia in Medieval and Renaissance Europe* University of Michigan Press, (2001).

[2] SMITH, D. *History of Mathematics* Volume **1** Dover Publications, 139-153, 199-201 (1923).

[3] SMITH, D., EATON, C. *Ritmomachia, The Great Medieval Number Game*. American Mathematical Monthtly Vol. **XVIII**. No 4. April (1911).

HIS8

El Palimpsesto de Arquímedes

José Heber Nieto Said

Universidad del Zulia, Facultad de Ciencias
Departamento de Matemática
jhnieto@gmail.com

En esta ponencia se examina la historia e importancia del llamado *palimpsesto de Arquímedes*, el manuscrito más antiguo que se conserva con obras del genial siracusano. El palimpsesto fue hallado en 1906 en Constantinopla por J. L. Heiberg, bajo la forma de un libro de plegarias. Heiberg descifró y tradujo la escritura original, que aún se veía parcialmente, y halló varios textos de Arquímedes, entre ellos un tratado perdido hasta entonces: *El método*. Luego no se volvió a saber del palimpsesto hasta 1998, año en que fue subastado por dos millones de dólares en Nueva York. El comprador lo puso a disposición de la ciencia, y desde entonces ha sido estudiado con técnicas modernas de procesamiento digital de imágenes. Los resultados obtenidos han arrojado nueva luz sobre la obra de Arquímedes.

Palabras clave: Arquímedes, palimpsesto, método, procesamiento digital de imágenes.

Referencias

[1] Archimedes, J. L. Heiberg (ed.), *Geometrical Solutions Derived from Mechanics: A Treatise of Archimedes*, Open Court Publishing, Chicago, 1909. Reeditado por BiblioLife LLC, Charleston, 2009.

[2] Archimedes, R. Netz (ed.), *The Works of Archimedes: Volume 1, The Two Books On the Sphere and the Cylinder*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.

[3] P. M. González Urbaneja, *A un siglo del descubrimiento de "El Método" de Arquímedes por Heiberg*, La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, **9**(3) (2006), 715–744.

[4] R. Netz, W. Noel, *The Archimedes Codex: How a Medieval Prayer Book Is Revealing the True Genius of Antiquity's Greatest Scientist*. Da Capo Press, Philadelphia, 2007, 2009.

HIS9

El problema del área en los *Elementos* de Euclides

Douglas Jiménez

Universidad Nacional Experimental Politécnica (UNEXPO)
"Antonio José de Sucre" Vicerrectorado de Barquisimeto
Sección de Matemática
dougjim@gmail.com

El estudio riguroso del área de una figura plana –así como la medida de cualquier magnitud– necesita del concepto de número real para una completa comprensión. En este artículo veremos cómo los matemáticos griegos clásicos pudieron resolver el problema del área, aún sin disponer de una elaboración precisa del conjunto de los números reales, usando como principal herramienta la proporción o analogía, a manera de comparación de figuras geométricas. Concentraremos el tratamiento del tema en los *Elementos* de Euclides, por considerar que cada uno de los aspectos principales de la materia encuentra expresión en alguna de las proposiciones de este texto.

Palabras clave: área, número real, razón, logos, proporción, analogía.

Referencias

[1] Apollonius of Perga. *Conics. Books I–III*. Green Lion Press, Santa Fe, New Mexico. 2000. (Traducción de R. Catesby Taliaferro.)

[2] Florian Cajori. *A history of mathematical notations.* (Dos volúmenes encuadernados en un solo libro). Dover Publications, Inc. New York. 1993.

[3] René Descartes. *The Geometry*. Dover Publications Inc. New York. 1954. (Edición facsimilar en francés. Traducción del francés y del latín por David E. Smith y Marcia Lathan.)

[4] Euclid. *The thirteen books of the Elements. Translated with introduction and commentary by Sir Thomas L. Heath.* (Tres volúmenes.) Dover Publications, Inc. New York. Segunda edición. 1956.

[5] Euclides. *Elementos. Traducción y notas de María Luisa Puertas Castaños.* (Tres volúmenes.) Edit. Gredos, Madrid. 1991.

[6] *Euclid's Elements of Geometry*. (Edición bilingue griego–inglés con el texto canónico griego de J. L. Heiberg.) Richard Fitzpatrick. 2007.

[7] Jiménez, Douglas. ¿'Qué era un irracional para un matemático griego? *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*. 2006. XIII(1): 87–103.

[8] Jiménez, Douglas. *π desde sus bases*. (Sin publicar.) Septiembre, 2008.

[9] Proclus. *A commentary on the first book of Euclid* Elements. *Translated with Introduction and notes, by Glenn R. Morrow.* Princeton University Press. New Jersey. 1970.

[10] Paolo Zellini. *Breve historia del infinito*. Ediciones Siruela S. A., Madrid. 1991.

Lógica

Coordinadores: Carlos Uzcátegui y José Mijares

LOG1

Dos representaciones de la relación leximin

Franklin Camacho, Ramón Pino Pérez

Departamento de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
cfranklin@ula.ve
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
pino@ula.ve

Con el ánimo de obtener relaciones de decisión que discriminen más que las definidas a través de la regla de dominancia plausible a partir de una relación posibilista [2, 3] estudiamos las relaciones definidas por esa misma regla y la relación leximin (originada por preórdenes totales) [1]. Damos dos teoremas de representación de la relación leximin que son útiles para el estudio de las propiedades de la relación de decisión que ella induce y damos algunas propiedades de racionalidad de esta nueva regla de decisión.

Referencias

[1] S. Barberà, W. Bossert and P. K. Pattanaik. Ranking sets of objects. In *Handbook of Utility Theory, vol. 2 Extensions*, S. Barberà, P. J. Hammond, C. Seidl, Editors, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 2004, pp 893-978.

[2] D. and H. Fargier and P. Perny and H. Prade. Qualitative Decision Theory: From Savage's Axioms to Nonmonotonic Reasoning. *Journal of the ACM*, Vol. 49, No. 4, July 2002, pp. 455–495.

[3] D. and H. Fargier and P. Perny. Qualitative decision theory with preference relations and comparative uncertainty: An axiomatic approach. *Artificial Intelligence*, 148 (2003) 219–260.

LOG2

Regla de dominancia plausible y transitividad

Franklin Camacho, Ramón Pino Pérez

Departamento de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
`cfranklin@ula.ve`
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
`pino@ula.ve`

En teoría de decisión cualitativa, una manera natural de definir relaciones de preferencia $\succeq$ sobre las políticas, elementos del espacio de funciones X^S (X representa las consecuencias y S los estados) (ver [1, 2]) es usar la llamada *regla de dominancia plausible*. Para ello se necesita una relación $>$ sobre X y una relación $\sqsupseteq$ sobre $\mathcal{P}(S)$ y entonces se define $\succeq$ de la manera siguiente

$$f \succeq g \quad \Leftrightarrow \quad [f > g] \sqsupseteq [g > f]$$

donde $[f > g]$ denota el conjunto $\{s \in S : f(s) > g(s)\}$. Usualmente $>$ es una relación modular y $\sqsupseteq$ es un preorden total. Una propiedad bastante deseable sobre las relaciones de preferencia es la transitividad. En general, la relación de preferencia $\succeq$ definida de esta manera no es transitiva a pesar de la transitividad de $\sqsupseteq$. En este trabajo caracterizamos las propiedades sobre $\sqsupseteq$ que hacen que la relación de preferencia $\succeq$ sobre las políticas sea transitiva bajo la hipótesis de que la relación $>$ es modular.

Referencias

[1] Didier Dubois and Hélène Fargier and Patrice Perny and Henry Prade. Qualitative Decision Theory: From Savage's Axioms to Nonmonotonic Reasoning. *Journal of the ACM*, Vol. 49, No. 4, July 2002, pp. 455–495.

[2] Didier Dubois and Hélène Fargier and Patrice Perny. Qualitative decision theory with preference relations and comparative uncertainty: An axiomatic approach. *Artificial Intelligence*, 148 (2003) 219–260.

LOG3

Operadores abstractos de cambio

José Luis Chacón y Ramón Pino Pérez

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
`jlchacon@ula.ve, pino@ula.ve`

Es bien conocido que los operadores de cambio [1] tienen representaciones semánticas [4, 5, 3]. El estudio de esos teoremas de representación clásicos lleva a definir de manera conjuntista una serie de operadores que llamamos abstractos [2]. Damos teoremas de representación de esos operadores y establecemos teoremas de dualidad a la Levi-Harper.

Referencias

[1] C. E. Alchourrón and P. Gärdenfors and D. Makinson. 1985. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic* 50:510–530.

[2] J. L. Chacón. 2010. *Contribución al estudio de los operadores de cambio*. Manuscrito a ser presentado como memoria de tesis doctoral. Universidad de los Andes.

[3] J. L. Chacón and R. Pino Pérez. 2006. Merging operators: Beyond the finite case. *Information Fusion*, 7:41–60 .

[4] A. Darwiche and J. Pearl. 1988. Two modellings for theory change. *Journal of Philosophical Logic* 17: 157–170.

[5] Hirofumi Katsuno and Alberto O. Mendelzon. 1992. Propositional Knowledge Base Revision and Minimal Change. *Artif. Intell.*, 52(3):263–294.

LOG4

Hacia una Dinámica de las Decisiones Cualitativas

Jahn Franklin Leal, Ramón Pino Pérez

Escuela de Geografía, Facultad de Ciencias Forestales, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
`jleal@ula.ve`
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
`pino@ula.ve`

En el marco clásico de la Teoría de elección social [1] se tienen las preferencias de una sociedad (perfiles) dados por preórdenes totales y se estudia las propiedades de funciones de elección definidas sobre estos perfiles y un conjunto de alternativas. Nosotros consideraremos al conjunto de alternativas estructurado con códigos lógicos y estudiaremos la dinámica de la decisión que se genera al introducir una nueva información que afecta la ocurrencia de alguna de las alternativas al estilo de la revisión de creencias [3, 4, 5]. Para esto realizamos un proceso de actualización de las alternativas y de las preferencias. Posteriormente reestructuramos el perfil usando, entre otras cosas, la distancia de Hamming. Finalmente, introducimos funciones de elección, en este nuevo marco, y estudiamos algunas propiedades deseables tanto para la decisión [2] como para la elección social [6], [7].

Referencias

[1] K. J. Arrow. *Social choice and individual values*. 2nd ed., New Haven and London, Yale University Press, 1963.

[2] D. Dubois and H. Fargier and P. Perny and H. Prade. Qualitative Decision Theory: From Savage's Axioms to Nonmonotonic Reasoning. *Journal of the ACM*, Vol. 49, No. 4, July 2002, pp. 455–495.

[3] P. Gardenfors. *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States.* MIT Press, Cambridge, MA, 1988.

[4] H. Katsuno and A. O. Mendelzon. Propositional Knowledge Base Revision and Minimal Change. *Artif. Intell.*, 52(3):263–294, 1992.

[5] S.Konieczny and R. Pino Pérez. Propositional Belief Base Merging or how to Merge Beliefs/Goals coming from several Sources and some links with Social Choice Theory. *European Journal of Operational Research*, 160 (2005), no. 3, 785–802.

[6] J. S. *Kelly, Social Choice Theory: An Introduction*, Springer - Verlag, Berlin, 1988.

[7] J. Franklin Leal, *Posibilidad e Imposibilidad en la Teoría de Elección Social.* Trabajo de Grado. Departamento de Matemáticas, Universidad de Los Andes, 2003.

LOG5

Relaciones de Consecuencia versus Relaciones Explicatorias

Janneth Arelis Diaz Casique

Departamento de Matemática y Física,
Universidad Nacional Experimental del Táchira
jdiaz@unet.edu.ve

Varios ejemplos de procesos abductivos suponen que una observación debe ser inferida de cualquiera de sus explicaciones. En [1, 2, 3], se usó la deducción clásica como mecanismo de inferencia, por definición, en estos trabajos una relación explicatoria $\rhd$ tiene la siguiente propiedad: cuando $\alpha \rhd \gamma$, entonces $\gamma \vdash_\Sigma \alpha$. Dada una relación de consecuencia $\mid\!\sim$, no necesariamente la clásica, en [1, 4] se plantean tres nociones de explicación naturalmente asociada a esta:

$$\textit{Explicación Epistémica } \alpha \mid\!<_e \gamma \textit{ si } \gamma \mid\!\sim \alpha$$

$$\textit{Explicación Epistémica Fuerte } \alpha \mid\!<_{se} \gamma \textit{ si } C(\alpha) \subseteq C(\gamma)$$

$$\textit{Causal Explicación } \alpha \rhd_{\mid\sim} \gamma \textit{ si } C(\alpha) \subseteq Cn(\Sigma \cup \{\gamma\})$$

Donde $C(\alpha) = \{\theta : \alpha \mid\!\sim \theta\}$ y $Cn(\alpha) = \{\theta : \alpha \vdash_\Sigma \theta\}$. Las relaciones anteriores representan tres vías diferentes de representar abducción como razonamiento no monótono inverso.

Alguno de los postulados en [1, 2, 3] para razonamiento explicatorio son propiedades de un proceso de inferencia que involucra dos relaciones: $\rhd$ y $\mid\!\sim$. La primera se refiere a un agente que explica una observación y la segunda dice qué espera el agente cuando se cumple una situación particular en la observación. El propósito de este trabajo es estudiar la conexión entre las relaciones $\rhd$ y $\mid\!\sim$.

Referencias

[1] Pino-Pérez, C. Uzcátegui, *Jumping to Explanations versus Jumping to Conclusions.* Artificial Intelligence 111 (1999) 131–169.

[2] Pino-Pérez, C. Uzcátegui, *Preferences and Explanations.* Artificial Intelligence 949 (2003) 1–30.

[3] A. Díaz, C. Uzcátegui, *Representation Theorems for Explanatory Reasoning Based on Cumulative Models.* Journal of Applied Logic 6 (2008) 564–579.

[4] B: Walliser, D. Zwirn, H. Zwirn, *Abductive Logic in a Belief Revision Framework*, J. Logic Languaje Inform. 14 (2005) 87-117.

[5] S. Kraus, D. Lehmann, M. Magidor, *Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics.* Artificial Intelligence 44 (1) (1990) 167–207.

LOG6

Fusión lógica de estados epistémicos complejos

Amilcar Mata, Ramón Pino Pérez

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias,
Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
polux80@gmail.com, pino@ula.ve

La fusión lógica presentada por Konieczny y Pino Pérez [5, 6, 7, 8] considera estados epistémicos determinados por fórmulas proposicionales finitas, lo cual generaliza la revisión de creencias del marco AGM [1, 3, 4]. Por otro lado, Meyer [9] presenta un modelo de fusión de estados epistémicos complejos, donde los estados epistémicos están determinados por funciones de rango de las valuaciones. Sin embargo, en el enfoque de Meyer no hay un estudio de las propiedades lógicas de su modelo.

En este trabajo, presentamos una axiomática enmarcada en el contexto de la lógica proposicional finita que define operadores de fusión de estados epistémicos complejos. De manera general, los estados epistémicos provienen de un espacio epistémico. Particularmente consideraremos espacios donde los estados epistémicos poseen estructura de preórdenes totales sobre las interpretaciones. Esta axiomática permite generalizar, de manera natural, a los operadores de revisión presentados por Benferhat *et. al.* [2].

Bajo estos postulados, daremos ciertos resultados de representación en forma semántica de estos operadores, y definiremos, a través de funciones de agregación, algunos operadores que nos permitirán mostrar las independencia de los postulados.

Referencias

[1] Carlos E. Alchourrón and, Peter Gärdenfors and David Makinson. On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions. *J. Symb. Log.*, 50(2), pages 510–530, 1985.

[2] Salem Benferhat, Sébastien Konieczny, Odile Papini and Ramón Pino Pérez. Iterated Revision by Epistemic States: Axioms, Semantics and Syntax. In Werner Horn, editor, *ECAI*, pages 13–17. IOS Press, 2000.

[3] Gardenfors, P. *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States.* MIT Press, Cambridge, MA, 1988.

[4] Hirofumi Katsuno and Alberto O. Mendelzon. Propositional Knowledge Base Revision and Minimal Change. *Artif. Intell.*, 52(3):263–294, 1992.

[5] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. On the Logic of Merging. Anthony G. Cohn and Lenhard K. Schubert and Stuart C. Shapiro, editors, *KR*, pages 488–498. Morgan Kaufmann, 1998.

[6] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Merging with integrity constraints. In Anthony Hunter and Simon Parsons, editors, *ESCQARU*, volume 1638 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 233–244. Springer, 1999.

[7] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Merging information under constraints: A logical framework. *J. Log. Comput.*, 12(5):773–808, 2002.

[8] Sébastien Konieczny and Ramón Pino Pérez. Propositional belief base merging or how to merge beliefs/goals coming from several sources and some links with Social Choice Theory. *European Journal of Operational Research*, 160(3):785–802, 2005.

[9] Thomas Andreas Meyer. Merging Epistemic States. In Riichiro Mizoguchi and John K. Slaney, editors, *PRICAI*, volume 1886 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 286–296. Springer, 2000.

LOG7

Taxonomía de los operadores de mejoramiento y cambio minimal

Sébastien Konieczny, Mattia Medina Grespan, Ramón Pino Pérez

CRIL - CNRS, Université d'Artois, Lens, France
konieczny@cril.fr
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
mattia@ula.ve pino@ula.ve

En este trabajo continuamos nuestro estudio sobre los operadores de mejoramiento [4, 5]. Los operadores de mejoramiento son una familia de de operadores de cambio [1] que generalizan los operadores usuales de revisión iterada [2]. La idea es relajar la exigencia del postulado de éxito. De esta manera, la nueva información no es necesariamente creída luego del mejoramiento, sin embargo su plausibilidad es aumentada en el nuevo estado epistémico obtenido. En este trabajo exploramos esta familia de operadores y determinamos varias subclases. En particular, como el cambio minimal es uno de las objetivos primordiales de los operadores de cambio, vamos a estudiar cuáles de estas familias producen los cambios mínimos según una distancia muy apropiada para nuestro estudio: la distancia de Kemeny [3].

Referencias

[1] C. E. Alchourrón and P. Gärdenfors and D. Makinson. 1985. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic* 50:510–530.

[2] A. Darwiche and J. Pearl. 1997. On the logic of iterated belief revision. *Artificial Intelligence* 89:1–29.

[3] J. G. Kemeny. 1959. Mathematics without numbers. *Daedalus* 88:571–591.

[4] S. Konieczny and R. Pino Pérez. 2008. Improvement operators. In *Proceedings of the Eleventh International Conference on Principles of Knowledge Representation And Reasoning, KR'08.*, 177–187.

[5] M. Medina Grespan and R. Pino Pérez. 2009. Operadores de mejoramiento y el problema del cambio minimal. *XXII Jornadas Venezolanas de Matemáticas*, Universidad Nacional Experimental del Táchira, San Cristóbal, 30 de marzo al 2 de abril de 2009.

LOG8

Familias de Conjuntos de Números Naturales

Carlos A. Di Prisco

Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas
cdiprisc@ivic.ve

Presentamos algunos resultados sobre propiedades combinatorias de ciertas familias de conjuntos de números naturales. Diremos que una familia $\mathcal{F}$ de subconjuntos de un conjunto X es un pre-filtro si para cada par $A, B \in \mathcal{F}$, la diferencia simétrica $A \triangle B$ es un conjunto coinfinito (en X). Los pre-filtros maximales fueron considerados anteriormente en [1] . Examinaremos algunas relaciones entre la existencia de pre-filtros maximales en ω y la propiedad de Ramsey, y principios débiles de elección tales como el principio de ordenación y el principio de extensión de órdenes.

Referencias

[1] C. A. Di Prisco y J. Henle, *Doughnuts, floating ordinals, square brackets, and ultraflitters.* J. of Symb0olic Logic. **65** (2000), 462-473.

LOG9

Partición de familias uniformes como espacios topológicos

Claribet Piña Rangel, Carlos Uzcátegui Aylwin

Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes
claribet@ula.ve
Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes
uzca@ula.ve

Toda familia $\mathcal{F}$ de subconjuntos finitos de $\mathbb{N}$ está linealmente ordenada por el orden lexicográfico y en conscuencia está dotada de la topología del orden. Para las aplicaciones de la teoría de Ramsey una clase importante de familias son las familias uniformes [2, 3, 4]. Se sabe que las familias uniformes están lexicograficamente bien ordenadas [2].

Dada $\mathcal{F}$ una familia uniforme y $\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 \cup \mathcal{F}_1 \cup \cdots \cup \mathcal{F}_n$ una partición cualquiera de $\mathcal{F}$, buscamos hallar:

(1) $\mathcal{H} \subseteq \mathcal{F}$ tal que $\mathcal{H}$ y $\mathcal{F}$ tengan el mismo tipo de orden y $\mathcal{H} \subseteq \mathcal{F}_i$, para algún $0 \leq i \leq n$, y

(2) $\mathcal{H} \subseteq \mathcal{F}$ tal que $\mathcal{H}$ y $\mathcal{F}$ sean homeomorfas y $\mathcal{H} \subseteq \mathcal{F}_i$, para algún $0 \leq i \leq n$.

El problema (2) fué motivado por los trabajos [1, 5] sobre particiones de espacios topológicos.

Ya que las familias uniformes satisfacen la propiedad de Ramsey [2], existe un subconjunto infinito M de $\mathbb{N}$ tal que $\mathcal{F} \restriction M \subseteq \mathcal{F}_i$ para algún $0 \leq i \leq n$, donde $\mathcal{F} \restriction M = \{s \in \mathcal{F} : s \subseteq M\}$. Por esto enfocamos nuestra atención en verificar qué propiedades (de orden y topológicas) hereda $\mathcal{F} \restriction M$ de $\mathcal{F}$.

Uno de los resultados principales garantiza bajo qué condiciones $\mathcal{F} \restriction M$ contiene copias topológicas de $\mathcal{F}$.

Referencias

[1] J. Baumgartner, *Partition Relations for Countable Topological Spaces.* Journal of Combinatorial Theory. Series A **43**, pp. 178-195, 1986.

[2] C. A. Di Prisco and J. Lopez Abad, *Teoría de Ramsey y Espacios de Banach*. XXI Escuela Venezolana de Matemáticas. Asociación Matemática Venezolana, 2008.

[3] J. López y S. Todorcevic, *Partial unconditionality of weakly null sequences.* Rev. R. Acad. Ciens. Serie A. Mat. Vol **100** (1-2), pp. 237-277, 2006.

[4] S. Todorčević, *High-Dimensional Ramsey Theory*. In S. Argyros and S. Todorcevic, editors, *Ramsey methods in analysis*, Advanced Courses in Mathematics. CRM Barcelona. Birkhäuser Verlag, Basel, 2005.

[5] W. Weiss, *Partitioning topological spaces*. In J.Ñešetřil and V. Rödl, editors, *Mathematics of Ramsey Theory*, pp. 154-171. Helderman Verlag, 1990.

LOG10

La Propiedad de Subretículo no implica la Propiedad de Ramsey

Carlos Di Prisco, Franklin Galindo

Departmento de Matemáticas IVIC- Escuela de Matemáticas UCV
cdiprisc@ivic.ve
Departamento de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Escuela de Filosofía UCV - Estudiante del Doctorado de Matemáticas UCV
franklin.galindo@ucv.ve

El objetivo de este trabajo es estudiar propiedades de conjuntos perfectos. Específicamente, demostraremos que la Propiedad de Subretículo no implica a la Propiedad de Ramsey. Esto lo haremos probando que en un modelo tipo Feferman vale la primera propiedad y no vale la segunda.

El espacio de Baire $\mathbb{N}^\infty$ es el espacio de las sucesiones infinitas de números naturales con la topología producto, y $2^{\mathbb{N}} := \{f : f : \mathbb{N} \longrightarrow 2\}$ con la topología producto es el espacio de Cantor. $\mathbb{N}^{[\infty]}$ denota la familia de todos los subconjuntos infinitos de $\mathbb{N}$. $\mathbb{N}^{[\infty]}$ con la topología heredada de $2^{\mathbb{N}}$ es homeomorfo al espacio de Baire. Para cualquier $A \in \mathbb{N}^{[\infty]}$ nosotros usamos $A^{[\infty]}$ para denotar al conjunto de todos los subconjuntos infinitos de A. Un conjunto $X \subseteq \mathbb{N}^{[\infty]}$ es Ramsey si existe un $A \in \mathbb{N}^{[\infty]}$ tal que $A^{[\infty]} \subseteq X$ o $A^{[\infty]} \cap X = \emptyset$. La Propiedad de Ramsey es la sentencia que afirma: Cualquier conjunto $X \subseteq \mathbb{N}^{[\infty]}$ es Ramsey. Sean $K \subseteq H \subseteq \mathbb{N}$ tal que $H \setminus K$ es infinito. Definimos el subretículo $[K, H] := \{Y \in \mathbb{N}^{[\infty]} : K \subseteq Y \subseteq H\}$. La Propiedad de Subretículo es la sentencia que afirma: Para cualquier $X \subseteq \mathbb{N}^{[\infty]}$ existe un subretículo $[K, H]$ tal que $[K, H] \subseteq X$ o $[H, K] \cap X = \emptyset$. Las propiedades de Ramsey y subretículo son incompatibles con el Axioma de Elección, sin embargo ellas son consistentes con ZF. Nótese que la Propiedad de Ramsey implica la Propiedad de Subretículo, pues $A^{[\infty]}$ es el subretículo $[\emptyset, A]$. Mostramos que la implicación recíproca no es cierta exibiendo un modelo de ZF al estilo de Feferman donde vale la Propiedad de Subretículo y existe un filtro no magro sobre $\mathbb{N}$, y como la Propiedad de Ramsey es incompatible con la existencia de filtros no magros, entonces en tal modelo la Propiedad de Ramsey es falsa. Estas propiedades han sido estudiadas en los artículos [3,4,5,7], entre otros.

Referencias

[1] F. Bernstein, *Zur Theorie der Trigonometrischen Reihe*. Berichte *ü*ber die Verhandlungen der Königlich S*ä*chsischen gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig Mathematisch-Physiche Klasse. 60(1908),325-338.

[2] A. Blass. *The Model of Set Theory Generated by countably many generic reals*. The Journal of Symbolic Logic.46(1981),732-752.

[3] J. Brendle-L.Halbeisen-B.Löwe. *Silver measurability and its relation to other regularity properties*.Math. Proc. Camb. Phil.Soc.138(2005),135-149.

[4] C. Di Prisco. *Mathematics versus metamathematics in Ramsey theory of the real numbers*. En *Logic, Methology and Phylosophy of Science. Proccedings of the twelfth International Congress*. Petr Hajek, Luis Valdes-Villanueva, Dag Westerstalhl. Eds. Kings College Publications. London. 2005.

[5] C. Di Prisco- J. Henle. *Doughnuts,floating ordinals,square brackets and utraflitters*. The Journal of Symbolic Logic. 65(2000),461-473.

[6] S.Feferman. *Some applications of notion of forcing and generic sets* . Fund.Math.56(1964/65),325-345.

[7] L. Halbeisen. *Making doughnuts of Cohen reals* . Math. Logic Quarterly. 49(2) (2003), 173-178.

[8] S. Todorcevic.*Topics in topology*. Lecture notes in Mathematics 1652, Springer, 1997.

LOG11

Relaciones Canónicas en FIN_k

José Mijares , Jesús Nieto

Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas
jmijares@ivic.ve
Universidad Simón Bolívar
jnieto@usb.ve

Jordi López–Abad [1] dio una lista finita $\mathcal{T}_k$ de relaciones de equivalencia en FIN_k tal que cualquier otra relación se reduce, via restricción a un subespacio combinatorio, a una de las relaciones de la lista $\mathcal{T}_k$. Daremos una versión de este resultado relativizada a un **coideal** en FIN_k, en el sentido de [2].

Referencias

[1] J. López–Abad, *Canonical equivalence relations on nets of* $\mathcal{PS}_{C_0}$, Discrete Math., **307**(2007), 2943–2978.

[2] J. Mijares, J. Nieto, *Selective coideals on* $(FIN_k^{[\infty]}, \leq)$, en preparación.

LOG12

Ideales Ramsey, semiselectivos y Frechet

Carlos Uzcátegui Aylwin

Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias,
Universidad de Los Andes
`uzca@ula.ve`

Un ideal $\mathcal{I}$ sobre $\mathbb{N}$ se dice que es *Ramsey* [2] si dado $A \subseteq \mathbb{N}$ que no está en $\mathcal{I}$ y una función $\varphi : A^{[2]} \to \{0,1\}$ existe $B \subseteq A$ que no pertenece a $\mathcal{I}$ tal que φ es constante en $B^{[2]}$, donde $A^{[2]}$ denota la colección de los subconjuntos de A con dos elementos. Diremos que $\mathcal{I}$ es *Frechet* si dado $A \notin \mathcal{I}$ existe $B \subseteq A$ infinito tal que todos los subcojuntos infinitos de B no pertenecen a $\mathcal{I}$. Todo ideal Frechet es semiselectivo [1] y estos últimos a su vez son Ramsey. En [1] se construyó un ideal Ramsey que no es semiselectivo. Mostraremos que tal construcción se puede realizar de tal manera de obtener un ideal que además sea coanalítico. Haremos uso de una versión efectiva del teorema clásico de Ramsey. Por otra parte, como corolario de los resultados en [1], se obtiene que todo ideal semiselectivo que sea analítico es necesariamente Frechet, mostrando así que las nociones de semiselectivo y Frechet coinciden para los ideales analíticos. Un resultado similar se conoce para los ideales analíticos: son selectivos ssi son bisecuenciales [3].

Referencias

[1] I. Farah. Semiselective coideals. *Mathematika*, 45:79–103, 1998.

[2] A.R.D. Mathias. Happy families. *Ann. Math. Log.*, 12:59–11, 1977.

[3] S. Todorčević and C. Uzcátegui. Analytic k-spaces. *Top. and its Appl.*, 146-147:511–526, 2005.

LOG13

Juegos Ideales para Conjuntos Ramsey

José G. Mijares, Carlos Uzcátegui

Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas y Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela
`jmijares@ivic.ve`
Departamento de Matemáticas. Facultad de Ciencias,
Universidad de los Andes
`uzca@ula.ve`

En este trabajo se demuestra que la caracterización dada por Matet en [3] de la clase de los conjuntos completamente Ramsey con respecto a una *familia feliz* (alias *coideal selectivo*, ver [4]), en términos de juegos de Kastanas [2], sigue siendo cierta si consideramos *coideales semiselectivos* [1]. Como aplicación de este hecho se demuestra que para todo número natural $n > 0$ vale lo siguiente: Σ^1_n*-determinación sobre los números reales implica que todo ideal semiselectivo* Σ^1_n *satisface la propiedad de Fréchet-Urysohn*.

Referencias

[1] Farah, I., *Semiselective Coideals*. Mathematika, 45(1997), 79-103.

[2] Kastanas, I., *On the Ramsey Property for Sets of Reals*. The Journal of Symbolic Logic, 48(1983), 1035-1045.

[3] Matet, P., *Happy Families and Completely Ramsey Sets*. Springer-Verlag, Archive for Mathematical Logic, 38(1993), 151-171.

[4] Mathias, A.R.D., *Happy Families*. Annals of Mathematical Logic, 13(1977), 59-111.

[5] Tanaka, K., *A Game-Theoretic Proof of Analytic Ramsey Theorem*. Z. Math. Logik Grundlagen Math. 38(1992), 301-304.

LOG14

Prueba combinatoria de la superfluidad de Π_1 con respecto de NP

Nerio Borges, Blai Bonet

Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
`nborges@usb.ve`
Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
`bonet@ldc.usb.ve`

En [3] se conjetura que si A es un problema NP-completo definido por la conjunción $\Phi \wedge \varphi$, donde Φ es una sentencia existencial de segundo orden y φ es una sentencia de primer orden, entonces la sentencia Φ define por sí sola un problema NP-completo.

En éste trabajo se da una respuesta parcial a esa conjetura demostrando que es cierta siempre que φ es una sentencia Π_1.

Para llegar a dicho resultado se introduce una propiedad combinatoria para los problemas de decisión llamada (n,k)-*regularidad* y luego se demuestra que si una clase de complejidad computacional **C** contiene una familia de problemas completos que satisfacen esa propiedad (junto con otro requerimiento técnico) entonces una versión general del resultado obtenido es válida en **C**, siendo el de NP un caso particular.

Así, el método empleado revela una interesante conexión entre una propiedad puramente combinatoria y una propiedad lógica, y además pudiera ser empleado en otras clases de complejidad distintas de NP.

RECONOCIMIENTO: El primer autor quiere agradecer especialmente al Prof. Argimiro Arratia su orientación en el estudio de las propiedades sintácticas de la NP completitud [2] y su asesoría en las etapas más tempranas de la investigación que condujo a éste trabajo.

Referencias

[1] Argimiro Arratia. Comunicación personal.

[2] Antonio J. Medina, Neil Immerman. *A syntactic characterization of NP-completeness*. Proceedings of the Ninth Annual IEEE Symp. on Logic in Computer Science, LICS 1994

[3] Antonio J. Medina. *A Descriptive Approach To The Class NP*. PhD Thesis 1997. Neil Immerman (advisor)

Modelos Matemáticos, Análisis Numérico y Aplicaciones

Coordinadores: Said Kas-Danouche, Brígida Molina y René Escalante

MAA1

Algunas estrategias de convergencia para el algoritmo de las proyecciones generalizadas alternas para dos conjuntos

Maricarmen Andrade, **René Escalante**

Universidad Central de Venezuela
maricarmen.andrade@ciens.ucv.ve
Universidad Simón Bolívar
rene@cesma.usb.ve

El problema de encontrar un punto en la intersección de dos conjuntos dados se produce en muchos campos de las matemáticas aplicadas. Si los conjuntos son cerrados y convexos en un espacio de Hilbert, el método de las proyecciones alternas de von Neumann converge a un punto en la intersección de los mismos [1]. Sin embargo, no es posible garantizar que el método de las proyecciones converja fuerte o débilmente a una solución factible, si alguno de los conjuntos involucrados no es convexo y, en este caso, el algoritmo de las proyecciones alternas se denomina método de las proyecciones alternas generalizadas [1]. De la aplicación directa de este método, según el trabajo de [1] se espera que el error de la suma de las distancias (SDE) a los conjuntos involucrados disminuya con el número de iteraciones. En la práctica, es posible detectar puntos iniciales para los cuales el algoritmo converge a un punto fijo no factible (i.e., que no pertenece al con junto solución) llamado punto trampa. En estos casos la propiedad de reducción SDE falla. En este trabajo proponemos algunas estrategias, como por ejemplo, en definir un conjunto G de puntos en el cual los pasos de iteración puede fallar en la reducción del SDE y definir un radio de atracción que permita proyectar y evitar las trampas al momento de aplicar el algoritmo de proyecciones alternas generalizadas.

Referencias

[1] Stark H. y Yang Y, *Vector Space Projections: A Numerical Approach to Signal and Image Processing, Neural Nets, and Optics.* John Wiley y Sons, New York. (1998).

MAA2

Una Propuesta para Analizar la Efectividad Real de los Métodos Iterativos para resolver Ecuaciones no Lineales

Hiliana Angulo, **Pedro Hurtado**, **Giovanni Calderón**

Grupo Ciencias de la Computación, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida 5101, Venezuela
hiliana@ula.ve, giovanni@ula.ve

Encontrar una o más raíces de una ecuación no lineal de la forma, $f(x) = 0$, donde f es una función real de variable real, es uno de los problemas más comunes que ocurren en las matemáticas aplicadas.

En el presente existen numerosos métodos iterativos para resolver la ecuación no lineal, $f(x) = 0$; entre los más clásicos se pueden citar: el método Bisección, Regula Falsi, Newton-Raphson, Secante y Müller, entre otros. En los últimos años se han definido métodos iterativos que mejoran, en cierta forma, la precisión de los métodos clásicos. En la mayoría de los casos, la eficiencia de estos nuevos métodos a sido justificada sólo mediante su orden de convergencia y en otros casos en función del número de iteraciones realizadas al ser aplicados en algunos ejemplos. Este tipo de análisis puede llegar a sesgar la conclusión sobre la superioridad o no de un método específico.

Por tal motivo, el objetivo de este trabajo radica en definir una estrategia para analizar la efectividad de los métodos iterativos tomando en cuenta el tiempo de CPU usado por los mismos. El tiempos de CPU es usado para estimar la diferencia de dos medias poblacionales (tiempo de CPU) para establecer diferencias entre cada par de métodos y poder realizar una clasificación. Una vez hecho este estudio se concluye sobre la aplicabilidad de cada método y su costo computacional.

En este trabajo se expondrán, entre otros, los métodos iterativos propuestos en las referencias. Se presenta en la mayoría de los métodos, su construcción y su análisis de convergencia.

Referencias

[1] J. R. Sharma, *A family of third-order methods to solve nonlinear equations by quadratic curves approximation.* Appl. Math. Comput. 184 (2007) 210-215.

[2] Muhammad Aslam Noor and Khalida Inayat Noor, *Improved iterative methods for solving nonlinear equations.* Appl. Math. Comput. 184 (2007) 270-275.

[3] Muhammad Aslam Noor and Khalida Inayat Noor, *Modified iterative methods with cubic convergence for solving nonlinear equations.* Appl. Math. Comput. 184 (2007) 322-325.

[4] Kou Jisheng, Li Yitian and Wang Xiuhua, *A composite fourth-order iterative method for solving non-linear equations.* Appl. Math. Comput. 184 (2007) 471-475.

[5] Changbum Chun, *Construction of third-order modifications of Newton's methods.* Appl. Math. Comput. 189 (2007) 662-668.

[6] Changbum Chun, *A two-parameter third-order family of methods for solving nonlinear equations.* Appl. Math. Comput. 189 (2007) 1822-1827.

[7] J. R. Sharma and R. K. Guha, *A family of modified Ostrowski methods with accelerated sixth order convergence.* Appl. Math. Comput. 190 (2007) 111-115.

MAA3

Estabilidad Débilmente no Lineal de Flujos Centro-Anulares con Surfactantes Solubles

Franklin R. Astudillo V. & **Said Kas-Danouche**

Universidad de Oriente Núcleo de Sucre
hoffman732@gmail.com
Universidad de Oriente Núcleo de Sucre
sak0525@gmail.com

En el año 2002, Kas-Danouche [1] investigó y analizó el problema de flujos centro-anulares con surfactantes insolubles, y más recientemente, en el 2009, Kas-Danouche, Papageorgiou y Siegel ([2], [3]) estudiaron su dinámica no lineal en la interfaz entre dos fluidos y muestran que los surfactantes afectan la inestabilidad del problema. En el 2007, Astudillo y Kas-Danouche [4] plantearon una modificación al modelo matemático anterior para explorar la influencia de surfactantes distribuidos de manera no uniforme en la interfaz entre los dos fluidos. Hasta el momento, se han trabajado los flujos centro-anulares bajo la hipótesis de que el surfactante se localiza únicamente en la interfaz. En esta oportunidad, se desarrolló el mismo problema físico como en [1] pero con surfactantes solubles en la película anular para observar su influencia sobre la estabilidad, de allí la importancia de este trabajo. Usando expansiones asintóticas, se derivó un sistema acoplado de tres ecuaciones integro-diferenciables no lineales.

Referencias

[1] Kas-Danouche, S. A.; *Nonlinear Interfacial Stability of Core-Annular Film Flows in The Presence of Surfactants*, A Disertation Submitted to the Faculty of New Jersey Institute of Technology and Rutgers, May 2002.

[2] Kas-Danouche, S. A.; Papageorgiou, D. T.; Siegel M.; *A Mathematical Model for Core-Annular Flows with Surfactants*, Divulgaciones Matem'aticas, Vol 12, N^0. 2, 2004, pp. 117-138.

[3] Kas-Danouche, S. A., Papageorgiou, D. T. y Siegel, M. 2009. *Nonlinear dynamics of core-annular film flow in the presence of surfactant*, *Journal of Fluid Mechanics*, En imprenta.

[4] Astudillo, F. R.; *Un Modelo Matemático para un Flujo Centro-Anular con Surfactantes Insolubles Distribuidos No Uniformemente en la Interfaz entre los dos Fluidos*, Tesis Pregrado, Universidad de Oriente Núcleo de Sucre, Julio 2007.

[5] Papageorgiou, D. T.; Maldarelli, C.; Rumschitzki, D. S.; *Nonlinear Interfacial Stability of Core-Annular Film Flows*, Physics of Fluids A, 2 (1990), pp. 340 - 352.

[6] A. Coward; D. T. Papageorgiou, y Y. S. Smyrlis. *Nonlinear stability of oscillatory core-annular flow: A generalized Kuramoto-Sivashinsky equation with time-periodic coefficient*. Z. Angew. Mathematical Physics, 46:1-39, 1995.

MAA4

Generación de mallas de cuadriláteros para yacimientos bidimensionales con fronteras internas complejas

Manuel Borregales,**Oswaldo Jímenez, Saúl Buitrago**

Dpto de Cómputo Científico y Estaística, USB
manuelantoniobr@gmail.com
Dpto de Cómputo Científico y Estaística, USB
oswjimenez@gmail.com
Facultad de Ingenería, UCAB y Cómputo Científico y Estaística, USB
sssbuitrago@yahoo.es

El modelaje del flujo de fluídos en un medio poroso, requiere de mallas que respeten y representen la complejidad estructural del yacimiento. De aquí el interés de generar mallas no estructuradas formadas por cuadriláteros que honren la estructura del subsuelo. En este trabajo nos limitaremos a dominios bidimensionales correspondientes a vistas areales o transversales de yacimientos petroleros. El problema estudiado en este trabajo se puede formular como sigue: Dado un dominio bidimensional cuya frontera es una línea poligonal cerrada y en cuyo interior hay fronteras internas definidas igualmente por líneas poligonales, se quiere generar una malla constituida únicamente por cuadriláteros, la cual debe tener las siguientes características: (1) ser conforme, esto es, que sea una partición del dominio bidimensional y que la intersección de dos cuadriláteros cualesquiera sea un vértice, un lado o vacío (nunca una porción de un lado), (2) ser no estructurada, lo cual significa que los cuadriláteros que conforman la malla no tienen por qué ser rectángulos, y (3) la malla generada debe apoyarse en las fronteras internas. Asimismo, se considera la posibilidad de que el dominio tenga en su interior un conjunto de puntos que deben ser vértices de la malla resultante. Estos puntos representarían pozos del yacimiento a simular. Las fronteras internas emulan la estructura del yacimiento, pudiendo éstas tener una disposición y configuración compleja. La técnica fundamental para generar este tipo de mallas, es la deformación de una malla cartesiana inicial y su posterior ali-neación con las fronteras internas. Esto se logra mediante la resolución numérica de una ecuación diferencial elíptica usando diferencias finitas. Se presentan ejemplos con estructuras típicas de una vista areal de un yacimiento petrolero.

MAA5

Técnicas Numéricas en Problemas de la Industria Petrolera

Saúl Buitrago

Cómputo Científico y Estadística, USB,
y Facultad de Ingenería, UCAB, Venezuela
sssbuitrago@yahoo.es

La industria petrolera es un lugar ideal para la aplicación de técnicas numéricas. En las áreas que van desde la exploración a la producción de campos petroleros, la refinación, el transporte y finalmente la distribución de petróleo, gas y sus derivados, aparecen constatemente problemas matemáticos en las áreas de ingeniería y de toma de descisiones. Muchos de estos problemas están bien planteados, por lo cual métodos convencionales pueden ser usados para determinar la solución de éstos. El objectivo de este trabajo es dar a conocer los beneficios de la aplicación de técnicas numéricas en la solución de estos problemas. En esta dirección se presentan ejemplos de metodologías para:

- la ubicación de un pozo productor de petróleo,
- la realización de cotejo histórico en la simulación de un yacimiento,
- la generación de mallas que respeten y representen la complejidad estructural de un yacimiento,
- la distribución de un volumen de gas fijo a un conjunto de pozos interconectados sometidos a levantamiento artificial, con el propósito de maximizar la tasa de producción,
- la determinación de los parámetros en las componentes de la tubería de producción y línea de flujo para maximizar la tasa de producción y minimizar los costos de producción,
- la predicción de potenciales de producción para pozos estimulados con IAV en zonas donde hay información histórica,
- la transformación de datos de una prueba de presión a tasa de flujo variable en una respuesta equivalente de presión a tasa de flujo constante, para el caso de pozos verticales.
- el ajuste de parámetros para análisis de pruebas de presión en pozos horizontales,
- la determinación del conjunto de parametros que proporcione el mejor ajuste entre los datos, medidos y los provenientes del modelo, de la distribución axial del sólido dentro de una columna de burbujeo trifásico,

MAA6

Adaptatividad Orientada al Resultado a Partir de un Estimador de Postproceso con Representación Nodal del Error

Giovanni Calderón

Grupo Ciencias de la Computación, Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida 5101, Venezuela
giovanni@ula.ve

El uso de cantidades de interés para controlar la calidad de la solución aproximada de un problema de contorno resulta cada día más habitual. Sin embargo, este enfoque presenta la dificultad que la representación del error en estas cantidades de interés (determinadas por el usuario) no es única. En [1], se hace un análisis de las técnicas de suavizado (postproceso) para definir estimas del error en cantidades de interés usando para ello distintas representaciones del error. De ese análisis se concluye que las representaciones nodales del error que surgen del residuo débil son las que presentan mejores resultados tanto de precisión como de implementación (elimina el salto de flujos de la solución aproximada en la frontera de los elementos).

En un proceso adaptativo, además de utilizarse la estima del error (distribución espacial) se debe tener a mano un criterio de remallado; el cual, debe traducir los valores locales del error en los tamaños de elementos deseados en la nueva malla. Por lo tanto, es necesario definir y analizar criterios de remallado para el proceso adaptativo orientado al control del error en cantidades de interés. En [2], siguiendo las ideas introducidas en [3] y [4], se define y analiza un criterio de remallado óptimo para cantidades de interés usando distribuciones nodales del error.

En este trabajo se presenta el proceso adaptativo que surge al usar la representación nodal del error dada en [1], junto al criterio de remallado óptimo definido en [2]. Se presentan estudios de convergencia del error tanto en problemas térmicos como mecánicos. Además, se discuten aspectos de implementación y metodología y su uso en procesos de remallado adaptativo.

Referencias

[1] G. Calderón y P. Díez, *Análisis de Diferentes Estimadores de Error de Postproceso para Adaptatividad Orientada al Resultado.* Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 22 (2), 193–213 (2006).

[2] P. Díez and G. Calderón, *Remeshing criteria and proper error representations for goal oriented h-adaptivity.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 196 (4-6), 719–733 (2007).

[3] L.Y. Li, P. Bettess, J.W. Bull, T. Bond, y I. Applegarth, *Theoretical formulations for adaptive finite element formulations.* Comm. Numer. Methods Engrg., 11, 239–249 (1995).

[4] E. Oñate y G. Bugeda, *A study of mesh optimality criteria in adaptive finite element analysis.* Engineering Computations, 10, 307–321, 1993.

MAA7

A Model of Tumor Growth that Includes the Quiescent Tumor Cells and the Immune Response

Minaya Villasana, Hilmar Castro

Universidad Simón Bolívar,
Departamento de Computo Científico y Estadística
mvillasa@usb.ve
Universidad Simón Bolívar,
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
hcastro@usb.ve

A model of tumor growth that interacts with the immune system is introduced. This model considers three main compartments: proliferative tumor cells, quiescent tumor cells, and the immune system. The proliferating tumor cells are in turn divided into two other sub-compartments (tumor cells during interphase and mitosis) to take into account the cell cycle. We show that the system exhibits a tumor free fixed point, and the conditions for its stability are established. Conditions for the existence and stability of coexisting fixed points are also provided. Numerical simulation show that the presence of quiescence may have an destabilizing effect on the stability of the tumor free fixed point. This model suggests that combined treatment options should be considered.

MAA8

Segmented Tau Approximation for Mixed-Type Functional Differential Equations

Carmen Da Silva, René Escalante

Escuela de Matemáticas, Universidad Central de Venezuela, Caracas 1020 - Venezuela
`carmen.dasilva@ciens.ucv.ve`
Dept. de Cómputo Científico y Estadística, Universidad Simón Bolívar, Caracas 1080-A, Venezuela
`rescalante@usb.ve`

En este trabajo aplicamos el denominado método Tau de Lanczos segmentado a la resolución numérica de una familia de ecuaciones diferenciales del tipo mixto (i.e., *mixed-type functional differential equations*), también conocidas como ecuaciones diferenciales funcionales con avance y retardo (i.e., *advance-delay-differential equations*):

$$y'(t) = ay(t) + by(t-\tau) + cy(t+\tau), \tag{3}$$

definidas en todo $\Re$, con $\tau > 0$, y donde a, b y c son constantes dadas. En [4] se estudia en detalle el comportamiento cualitativo de esta familia de ecuaciones para el caso $\tau = 1$. Tales ecuaciones surgen en varios contextos de una manera natural (e.g., en el estudio de ondas de viaje en espacios de medios discretos y en aplicaciones de teoría de control óptimo [4]).

En trabajos recientes, [1], [2] y [3], se han encontrado aproximaciones numéricas de alta precisión para las soluciones de ecuaciones diferenciales con retardo y neutrales. Estos trabajos fueron desarrollados aplicando el método Tau segmentado. Los resultados numéricos mostraron una importante mejora de las aproximaciones, cuando las comparamos con las encontradas por otros autores (citados en los mismos artículos). Por esta razón, proponemos ahora aplicar este mismo enfoque a la resolución numérica de la familia de ecuaciones diferenciales funcionales (3). En los últimos veinte años, se han publicado algunos artículos relacionados con el estudio de las ecuaciones diferenciales funcionales del tipo mixto (ver, por ejemplo, [4] y [5]). No obstante, todos estos estudios son de un corte teórico-cualitativo, y a la fecha, hasta donde nosotros sepamos, la información encontrada sobre trabajos que planteen la resolución numérica para este tipo de problemas es escasa o prácticamente inexistente.

Referencias

[1] L.F. Cordero, R. Escalante, *Segmented Tau approximation for a parametric nonlinear neutral differential equation.* Appl. Math. Comput. **190**, (2007), 866-881.

[2] L.F. Cordero, R. Escalante, (2007) *Segmented Tau approximation for test neutral functional differential equations.* Appl. Math. Comput. **187**, (2007), 725-740.

[3] H.G. Khajah, *Tau Method Treatment of a Delayed Negative Feedback Equation.* Comput. Math. Appl. **49**, (2005), 1767-1772.

[4] J. Mallet-Paret, S. Verduyn, *Mixed-type functional differential equations, holomorphic factorization, and applications.* In: Procedings of Equadiff, Hasselt, Belgium, (2003), 73-89.

[5] A. Myshkis, *Stability of linear mixed functional-differential equations with commensurable deviations of the space argument.* Differential Equations, **38**, (2002), 1415-1422.

MAA9

Un algoritmo de proyecciones generalizadas alternas en un espacio producto

Robert Espitia, René Escalante

Universidad Central de Venezuela
`robert.espitia@ciens.ucv.ve`
Universidad Simón Bolívar
`rene@cesma.usb.ve`

A partir del estudio de los métodos de proyecciones generalizadas, en donde la propiedad de reducción del error de las sumas de distancias (SDE) sólo puede ser garantizada para dos conjuntos, con alguno de ellos no convexo, expondremos que la propiedad de reducción del error de las sumas de distancias puede ser extendida al caso más general, cuando más de dos conjuntos están involucrados. Esto es posible al reformular el problema en un espacio vectorial producto [2]. Esta reformulación consiste en transformar el problema de encontrar un punto en la intersección de m ($m > 2$) conjuntos, no todos necesariamente convexos en un espacio de Hilbert H, al problema de encontrar un punto en la intersección de solamente 2 conjuntos en el espacio H = H^m . A continuación, a través del uso de técnicas novedosas, desarrollaremos un algoritmo de proyecciones generalizadas en un espacio producto, que converja a una solución factible (un punto en la int ersección de los conjuntos originales), evitando los puntos fijos, ajenos al conjunto solución, denominados trampas [1].

Referencias

[1] Gubin, L.G., Polyak, B.T. y Raik, E.V., *The method of projections for finding the common point in convex sets.* USSR Comput. Math. Phys. **6** (7), (1967), 1-24.

[2] Pierra, G, *Decomposition through formalization in a product space.* Math Programming. **28**, (1984), 96-115.

MAA10

Caos en un Flujo Centro-Anular con Surfactantes Insolubles

Abdul A. Lugo J. & Said Kas-Danouche

Instituto Universitario de Tecnología de Cumaná
`abdulmath@gmail.com`
Universidad de Oriente
`sak0525@gmail.com`

La presencia de surfactantes en una interfaz fluido-fluido puede tener un efecto substancial en la evolución de tal interfaz. Los surfactantes insolubles, en general, separan medios acuosos de medios no acuosos. La influencia de surfactantes en la dinámica interfacial va en dos caminos. Primero, la mayoría de los tipos de surfactantes reducen la tensión interfacial. Segundo, la presencia de un gradiente en concentraciones de surfactantes, introduce la fuerza de Marangoni. En general, la fuerza de Marangoni actúa oponiéndose a cualquier flujo externo que provoque el aumento o exceso de surfactantes en regiones a lo largo de la interfaz. Kas-Danouche, Papageorgiou, y Siegel, en [5], estudiaron la influencia de surfactantes insolubles en flujos centro-anulares, donde el líquido central está rodeado por otro líquido anular. Desarrollaron un modelo matemático para flujos centro-anulares confinados en un tubo cilíndrico con surfactantes insolubles en la interfaz entre los dos fluidos, obteniendo un sistema acoplado de dos ecuaciones integro-diferenciales parciales no lineales. Cuando no hay estratificación de viscosidad los términos dispersivos desaparecen. Además, en ausencia de surfactantes, el sistema se reduce a la ecuación de Kuramoto-Sivashinsky. Esta ecuación es muy inestable y en el estudio de la misma se han encontrado diversos comportamientos de soluciones que van desde ondas de estado estacionario, ondas periódicas en tiempo con duplicación de período hasta llegar a situaciones caóticas. En ([4], 2002) se encontró, que en presencia de surfactantes insolubles y ausencia de términos dispersivos, el caos no aparece. Sin embargo, en nuestra investigación hemos encontrado comportamiento caótico al incluir los términos dispersivos, de allí la importancia de la misma.

Referencias

[1] Papageorgiou, D. T.; Maldarelli, C.; Rumschitzki, D. S.; *Nonlinear Interfacial Stability of Core-Annular Film Flows*, Physics of Fluids A, 2 (1990), pp. 340 - 352.

[2] Papageorgiou, D. T.; Smyrlis, Y. S.; *The Route to Chaos for the Kuramoto-Sivashinsky Equation*, Theoretical and Computacional Fluid Dynamics (1991) 3, pp. 15-42.

[3] Smyrlis, Y. S.; Papageorgiou, D. T.; *Computacional Study of Chaotic and Ordered Solutions of the Kuramoto-Sivashinsky Equation*, Institute for Computer Applications in Science and Engineering (ICASE) Report N^0. 96-12, 1996.

[4] Kas-Danouche, S. A.; *Nonlinear Interfacial Stability of Core-Annular Film Flows in The Presence of Surfactants*, A Disertation Submitted to the Faculty of New Jersey Institute of Technology and Rutgers, May 2002.

[5] Kas-Danouche, S. A.; Papageorgiou, D. T.; Siegel M.; *A Mathematical Model for Core-Annular Flows with Surfactants*, Divulgaciones Matem'aticas, Vol 12, N^0. 2, 2004, pp. 117-138.

[6] A. L. Frenkel; A. J. Babchin; B. G. Levich; T. Snlang, y G. I. Sivasshinsky. *Annular flows can keep unstable films from beakup: Nonlinear saturation of capillary instability*. J. Colloid Interface Science, pp. 115-225, 1987.

[7] A. Coward; D. T. Papageorgiou, y Y. S. Smyrlis. *Nonlinear stability of oscillatory core-annular flow: A generalized Kuramoto-Sivashinsky equation with time-periodic coefficient*. Z. Angew. Mathematical Physics, 46:1-39, 1995.

MAA11

Métodos Runge-Kutta implícitos aplicados a sistemas diferenciales ordinarios que surgen de EDPs

Rogel Rojas Bello, José Bottino Cedeño

Universidad Nacional Experimental de Guayana
rrojas@uneg.edu.ve
Universidad Nacional Experimental de Guayana
jbottino@uneg.edu.ve

En esta exposición pretendemos abordar en el contexto de las Ecuaciones Diferenciales, los métodos numéricos de tipo Runge–Kutta Gauss, que son aplicadas a sistemas diferenciales ordinarios que surgen de las ecuaciones en derivadas parciales, cuando a éstas se le aplica una fórmula de Diferencias Finitas. Se muestran y analizan algunos resultados de la experimenación numérica realizada.

Referencias

[1] S. González–pinto, S. Pérez, and R. Rojas–Bello, *Efficient iterations for Gauss methods on second order problems,* J. Comput. Appl. Math. **189**, (2005), 80-97.

[2] S. González, and R. Rojas, *A code based on the two-stage Gauss method for second order problems,* ACM Trans. On Math. Soft. (2010), por aparecer.

[3] R. Rojas–Bello y J. Bottino–Cedeño *Método de líneas para el problema lineal de la onda,*CITEG, **1**, (2007), 21–26.

MAA12

Análisis No Lineal de un Flujo Centro-Anular con un Filamento en el Eje Axial

Said Kas-Danouche

Universidad de Oriente Núcleo de Sucre
sak0525@gmail.com

El estudio de flujos centro-anulares ha sido de gran interés, para un grupo de matemáticos en las últimas dos décadas, por sus aplicaciones a diferentes problemas propios de la industria ([1]). Kas-Danouche, Papageorgiou y Siegel ([2], [3]) investigaron el problema de flujos centro-anulares con surfactantes insolubles, estudiaron su dinámica no lineal en la interfaz entre dos fluidos inmiscibles y muestran que los surfactantes afectan la inestabilidad del problema.

En esta ocasión, se quiere estudiar la influencia de un filamento introducido a lo largo del eje axial en un flujo centro-anular de dos fluidos inmiscibles ([4]), y sin surfactantes, dentro de un tubo cilíndrico infinitamente largo. Se estudian posibilidades de derivar un modelo matemático, usando métodos asintóticos, que represente el comportamiento de este problema nuevo planteado.

Referencias

[1] Kas-Danouche, S. A.; *Nonlinear Interfacial Stability of Core-Annular Film Flows in the Presence of Surfactants*, A Dissertation submitted to the Faculty of New Jersey Institute of Technology and Rutgers University, May 2002.

[2] Kas-Danouche, S. A.; Papageorgiou, D. T.; Siegel M.; *A Mathematical Model for Core-Annular Flows with Surfactants*, Divulgaciones Matemáticas, Vol 12, N^0 2, 2004, pp. 117-138.

[3] Kas-Danouche, S. A., Papageorgiou, D. T. y Siegel, M. 2009. *Nonlinear Dynamics of Core-Annular Film Flow in the Presence of Surfactant*, *Journal of Fluid Mechanics*, En imprenta.

[4] Papageorgiou, D. T.; Maldarelli, C.; Rumschitzki, D. S.; *Nonlinear Interfacial Stability of Core-Annular Film Flows*, Physics of Fluids A, 2 (1990), pp. 340 - 352.

MAA13

Diferentes Discretizaciones de un Modelo de Darcy-Forchheimer

Hilda López, Brígida Molina, José Javier Salas

Escuela de Computacion, Facultad de Ciencias,
Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela
hilda.lopez@ciens.ucv.ve, brigida.molina@ciens.ucv.ve
Universidad Católica Andres Bello, Escuela de Educación,
Departamento de Física y Matemáticas
jsalas@ucab.edu.ve

En este trabajo se presentan los resultados numéricos obtenidos al discretizar una ecuación no lineal de Darcy-Forchheimer, que modela un flujo bidimensional estacionario, mediante métodos de elementos finitos mixtos con cuatro aproximaciones diferentes:

1. Elementos constantes para la velocidad y polinomios P_1 discontinuos para la presión (Crouzeix-Raviart [1], [2]).
2. Elementos constantes para la velocidad y polinomios P_1 continuos para la presión [3].
3. Polinomios P_1 continuos para la velocidad y polinomios P_1 discontinuos para la presión.
4. Polinomios P_1 continuos para la velocidad y la presión.

En todos los casos, se emplea el método de Newton para resolver los sistemas de ecuaciones no lineales. Además, en los dos primeros casos se utiliza también un algoritmo de direcciones alternantes tipo Peaceman Rachford.

Referencias

[1] M. CROUZEIX AND P. A. RAVIART, *Conforming and nonconforming finite element methods for solving the stationary Stokes problem*, RAIRO Anal. Numer., Vol. 8, pp. 33–76 (1973).

[2] V. GIRAULT AND M. F. WHEELER, *Numerical Discretization of a Darcy-Forchheimer model*, Numerische Mathematik, Vol. 110(2), pp. 161–198 (2008).

[3] H. LÓPEZ, B. MOLINA AND J. J. SALAS, *Comparison between different numerical discretizations for a Darcy-Forchheimer model*, ETNA, Vol. 34, pp. 187-203 (2009).

MAA14

Ascenso de Colina con Paso Lateral

Gustavo Sánchez*, Oliver Schuetze, Carlos A. Coello****

**Universidad Simón Bolívar. Departamento de Procesos y Sistemas*
gsanchez@usb.ve
***CINVESTAV-IPN*
Computer Science Department. Mexico
schuetze,ccoello@cs.cinvestav.mx

Se propone una adaptación del algoritmo de Ascenso de Colina (Hill-Climbing) para la búsqueda local multi-objetivo. La idea de base [1] parte del siguiente análisis geométrico: cuando un punto de prueba se encuentra *lejos* de un Conjunto Optimo Local de Pareto (COLP), los conos de diversidad presentan un ángulo sólido reducido, por lo cual es poco probable seleccionar al azar una dirección perteneciente a uno de estos conos. Si por el contrario, el punto se encuentra *cerca* de un COLP, dicho ángulo aumenta y en consecuencia se hace más probable seleccionar al azar una dirección de diversidad.

El algoritmo Ascenso de Colina con Paso Lateral (ACPL) intenta conseguir soluciones dominantes o dominadas en el vecindario del punto de prueba. En caso de no encontrarlas (lo cual se considera como un indicio de la proximidad de un COLP), se utiliza la información recolectada para intentar desplazar el punto de prueba hacia el interior de algún cono de diversidad: evento que en este trabajo recibe el nombre de *paso lateral*. Para evaluar el desempeño del ACPL, se presentan los resultados obtenidos para optimizar funciones vectoriales convexas y no-convexas [2].

Referencias

[1] M Brown and R.E Smith, *Directed multi-objective optimization.* International Journal on Computers, Systems and Signals. **6** (1), (2005), 3-17.

[2] O. Schütze and G. Sanchez and C. A. Coello Coello, *A New Memetic Stra-tegy for the Numerical Treatment of Multi-Objective Optimization Problems.* In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference. July 1216 , 2008. Atlanta, Georgia, USA

MAA15

Integración Analítica sobre un Elemento de Contorno Cuadrático Subparamétrico en Elasticidad Plana

Maira A. Valera L., Liber Videla N., Miguel Cerrolaza

Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias,
Universidad Central de Venezuela
maira.valera@ciens.ucv.ve
Centro de Métodos Numéricos y Modelos Estructurales, Instituto de Materiales y Modelos Estructurales, Facultad de Ingeniería,
Universidad Central de Venezuela
liber.videla@ucv.ve
Instituto Nacional de Bioingenieria, Universidad Central de Venezuela
miguel.cerrolaza@inabio.edu.ve

En el presente trabajo se propone una integración analítica cerrada para el BEM en elasticidad plana, mediante la cual se obtienen formulaciones particulares para cada coeficiente de las submatrices de desplazamientos y de tensiones, utilizando sistemas de álgebra computacional (SAC) con capacidad de manipulación simbólica, logrando con una metodología de optimización matemática y computacional, una mayor precisión en los resultados. En dicha formulación, se implementa una interpolación del tipo subparamétrico, donde la geometría se discretiza por elementos rectos de tres nodos en el sistema de coordenadas globales, los cuales serán transformados a un sistema adimensional local, donde se usa una formulación cuadrática [1, 2, 3]. Esta formulación se realiza diferenciando entre los casos donde hay singularidad, identificados por la ubicación del punto de colocación respecto al punto de integración. Dada dicha formulación se elaboró un código computacional optimizado en el cual, debido a la implementación de la integración analítica propuesta, se logró una reducción sustancial del tiempo de ejecución computacional, siendo la integración analítica 4000 % mas rápida que la integración numérica, además de obtener una mejor precisión en todos los cálculos realizados en comparación con los obtenidos por la integración numérica tradicional (Cuadratura de Gauss).

Referencias

[1] BEER G., SMITH I. Y DUENSER C. (2008), *The Boundary element method with progremming*, Spring Wien New York.

[2] BREBBIA C.A. Y DOMINGUEZ J. (1998), *Boundary Elements: A Introductory Course*,WIT Press, Southampton, England.

[3] KANE J.H., *Boundary Element Analysis in Engineering Continuum Mechanics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1994.

Probabilidades y Estadística

Coordinadores: Adolfo Quiroz e Isabel Llatas

PE1

Aplicación de Métodos Bayesianos para la Clasificación Socioeconómica de Hogares

Henry Mendoza, **Isabel Llatas**

CESMa, Universidad Simón Bolívar
mendozaucv@hotmail.com, llatas@usb.ve

Después de un Censo de Población y Vivienda, se realizan diversos estudios enmarcados en las estrategias de estadísticas públicas. Uno de estos estudios se refiere a la clasificación socioeconómica de los hogares. En este trabajo se presenta una metodología de clasificación alternativa usando un modelo de análisis de clases latentes con enfoque Bayesiano, a partir de un conjunto de variables explicativas observadas para así tener una clasificación o tipología de los individuos analizados. Se comparan los resultados en muestras de hogares del Estado Miranda, con una clasificación socioeconómica obtenida usando la metodología propuesta por el Instituto Nacional de Estadística de Chile y se discute las ventajas y desventajas de los métodos considerados, resultando que el método Bayesiano proporciona mayor información y coherencia.

Referencias

[1] AAgresti Alan. *Categorical Data Analysis*, University of Florida. Editorial Wiley - Interscience. Florida, 2002.

[2] CCongdon. Peter. *Bayesian Models for Categorical Data*. Editorial Wiley.University of London. UK, 2005.

[3] CCastellano H. y Méndez M C. *Sociedad y Estratificación. Método Graffar Mńdez Castellano*. Fundacredesa. Caracas, Venezuela, 1994.

PE2

Modelos Autoregresivos, Basados en Procesos Gaussianos, para Predecir Retornos de Series Financieras

Irene García

Universidad Simón Bolívar, Dpto. Cónmputo Científico y Estadística. Caracas. Venezuela
irene@cesma.usb.ve.ve

Abordamos el problema de la modelización y predicción de series cronológicas correspondientes a los retornos de diversas series financieras que se caracterizan por presentar valores pequeños de los coeficientes de la función de autocorrelación.

Suponiendo que la distribución conjunta de los datos, condicionados a valores previos dados, es gausiana, desarrollamos una metodología basada en un modelo autoregresivo que combina el uso de procesos gaussianos con una estimación bayesiana de los parámetros. El desempeño de la metodología se evalúa desde tres puntos de vista: estadístico, financiero y desde el de un inversionista que busca maximizar su patrimonio.

Referencias

[1] I. García, L. Trigo, S. Costanzo y E. ter Horst, *Procesos Gaussianos en la predicción de las fluctuaciones de la economía Mexicana*. El Trimestre Económico. Aceptado para publicación en Diciembre 2009, por aparecer.

[2] I. García y E. ter Horst, *Desempeño Financiero de Modelos de Regresión con Procesos Gaussianos*. Revista Colombiana de Estadística (sometido a revisión).

[3] C. Rasmussen y C. Williams *Gaussian Processes for Machine Learning*. The MIT Press, Inglaterra, 2006.

PE3

Detección de Curvas

Zoraida Martínez, **Carenne Ludeña**

Universidad Simón Bolívar (USB)
zmartinez@usb.ve
Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas (IVIC)
cludena@ivic.ve

En este trabajo consideramos el problema de la detección automática de curvas en una imagen con ruido. Dicho ruido está representado por un proceso de rectas con pendientes aleatorias y ruido gaussiano. El algoritmo desarrollado e implementado para la detección de curvas se basa en la selección de modelos sobre la expansión de contourlets de una imagen. El método propuesto es aplicado a imágenes sintéticas, trazas sísmicas e imágenes satelitales.

Referencias

[1] E.J. Candès, y D.L. Donoho, *New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C^2 singularities.* Communications on Pure and Applied Mathematics, 57(2) (2004) 219-266.

[2] W. Chang, y G. Coghill, *Line and Curve Feature Discrimination.* CI'2000, Woolongong, Australia. (2000).

[3] M.N. Do, y M. Vetterli, *The Contourlet Transform: An Efficient Directional Multiresolution Image Representation.* IEEE Transactions on Image Processing, 14(12) (2005) 2091-2106.

[4] M.N. Do, *Directional Multiresolution Image Representations.* PhD thesis. Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland.(2001).

[5] JM. Loubes, y C. Ludeña, *Adaptive complexity regularization for linear inverse problems.* Electronic Journal of Statistics, 2 (2008) 661-677.

[6] P. Massart, *Concentration Inequalities and Model Selection.* Springer. Paris. (2003).

[7] S. Phoong, C. Kim, P. Vaidyanathan, y R. Ansari, *A new Class of Two-Channel Biorthogonal Filter Banks and Wavelet Bases.* IEEE Transactions on Signal Processing, 43(3) (1995) 649-665.

PE4

Comparación de clasificadores sobre múltiples conjuntos de data usando tests de permutaciones

Alejandra Cabaña, Carenne Ludeña

Universidad Pompeu Fabra, Barcelona, España
acnigro@eio.uva.es
IVIC, Venezuela
cludena@ivic.ve, carinludena@gmail.com

Proponemos el uso de tests de permutaciones para comparar el rendimiento de algoritmos de clasificación sobre conjuntos de datos diversos. El procedimiento permite la comparación de los algoritmos evitando el mal uso de ciertas pruebas estadísticas, dado que las réplicas sobre cada conjunto de datos no pueden ser considerados como datos independientes. También se consideran procedimientos no paramétricos mostrando que la información que suministran estos métodos es menor a la obtenida con el método propuesto.

Referencias

[1] A. Cabaña, C. Ludeña. *Permutation based tests for comparing classification algorithms over multiple data sets* . (2009) Submitted.

[2] Demsar, J., *Statistical Comparison of Classifiers over Multiple Data Sets*, Jr. of Machine Learning Research **7**, 1-30 (2006).

[3] García, S. and Herrera, F. *An extension on 'Statistical Comparison of Classifiers over Multiple Data Sets' for all pairwise comparisons*. Journal of Machine Learning Research **9**, 2677-2694 (2008).

[4] Jannsen, A., *Studentized permutation tests for non-i.i.d. hypotheses and the generalized Behrens/Fisher problem.* Statistics & Probability Letters, **36**, 9-21 (1997).

[5] Van der Walt,C. and Barnard, E., *Data characteristics that determine classifier performance.* 17th Annual Symposium of the Pattern Recognition Association of South Africa, Parys, South Africa (2006).

PE5

Estudio de Aproximaciones Cauchy para la Función de Densidad del Ángulo Browniano Plano

Stella Brassesco, Silvana García

Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Departamento de Matemática
sbrasses@gmail.com
Insituto Venezolano de Investigaciones Científicas, Departamento de Matemática
silvana.garcia.27@gmail.com

Sea $\mathbf{B}_t$ un movimiento Browniano plano y $\theta_t = Arg\ \mathbf{B}_t$. Entonces, como es conocido, la función de distribución de $(\theta_t)/(\log \sqrt{t})$ converge a una distribución Cauchy, cuando t tiende a infinito. A partir del trabajo hecho por Brassesco en [3], luego de considerar argumentos adecuados, se encuentra una expresión para f_t la función de densidad de θ_t. A partir de esta expresión, es posible encontrar una expansión en potencias inversas de $\log \sqrt{t}$ de dicha densidad, y estimar la dependencia de los los coeficientes de la expansión en la variable espacial y la condición inicial. Resultados relacionados fueron obtenidos en la segunda referencia abajo, por otros métodos.

Referencias

[1] S. Brassesco, *A note on Planar Brownian Motion.* The Annals of Probability. **20**, No. 3 (1992), 1498-1503.

[2] V. Bentkus, G. Pap, M. Yor, *Optimal Bounds for Cauchy Approximations for the Winding Distribution of Planar Brownian Motion.* Journal of Theoretical Probability. **16**, No. 2 (2003),345-361.

PE6

Sumatorias de tiempos esperados de llegada para cadenas de Markov

José Luis Palacios, José Miguel Renom

Universidad Simón Bolívar
jopala@usb.ve
Universidad Simón Bolívar
jrenom@usb.ve

Usando álgebra matricial obtenemos una ecuación general para la suma, normalizada con constantes adecuadas, de todos los tiempos esperados de llegada en una cadena de Markov ergódica. Esta ecuación da como corolarios, entre otros, la fórmula de Broder y Karlin, la n-sima fórmula de Foster y una expresión del índice de Kirchhoff en función de los autovalores del Laplaciano.

Referencias

[1] D. J. Aldous, J. Fill, *Reversible Markov chains and random walks on graphs* Available in http://www.stat.berkeley.edu/~aldous/RWG/book.html.

[2] E. Bendito, A. Carmona, A. M. Encinas, J. M. Gesto, *A formula for the Kirchhoff index*, International Journal of Quantum Chemistry 108 (2008)1220-1206.

[3] A. Z. Broder, A. R. Karlin, *Bounds on the cover time*, Journal of Theoretical Probability 2 (1989) 101-120.

[4] P. G. Doyle, J. L. Snell, *Random walks and electrical networks*. The Mathematical Association of America, Washington, D.C., 1984.

[5] U. Feige, *A tight upper bound on the cover time for random walks on graphs*, Random structures and algorithms 6 (1995) 51-54.

[6] R. M. Foster, *The average impedance of an electrical network*, In: Contributions to Applied Mechanics (Reissner Anniversary Volume), Edwards Brothers, Ann Arbor, MI, 333-340, 1949.

[7] R. M. Foster, *An extension of a network theorem*, IRE Transactions on Circuit Theory 8 (1961) 75-76.

[8] C. M. Grinstead, J. L. Snell, *Introduction to Probability*; American Mathematical Society: Providence, RI, 1997.

[9] I. Gutman, B. Mohar, *The quasi-Wiener and the Kirchhoff indices coincide*, J. Chem. Inf. Comput. Sci. 36 (1996) 982-985.

[10] R. Horn, C. R. Johnson, *Matrix Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1985.

[11] J. G. Kemeny, J. L. Snell, *Finite Markov chains*, Van Nostrand, Princeton, NJ, 1960.

[12] D. J. Klein, M. Randić, *Resistance distance*, J. Math. Chem. 12 (1993) 81-85.

[13] D. J. Klein, *Resistance-distance sum rules*, Croatica Chemica Acta 75 (2002) 633-649.

[14] J. L. Palacios, *Resistance distance in graphs and random walks*, Int. J. Quantum. Chem. 81 (2001) 29-33.

[15] J. L. Palacios, *Closed form formulas for Kirchhoff index*, Int. J. Quantum Chem. 81(2001) 135-140.

[16] J. L. Palacios, *Foster's formulas via probability and the Kirchhoff index*, Methodology and Computing in Applied Probability 6 (2004) 381-387.

[17] P. Tetali, *An extension of Foster's network theorem*, Combinatorics, Probability and Computing 3 (1994) 421-427.

[18] H. Y. Zhu, D. J. Klein, I. Lukovits, *Extensions of the Wiener number*, J. Chem. Inf. Comput. Sci. 36 (1996) 420-428.

PE7

Dos nuevos métodos basados en grafos para identificación de dimensión intrínseca

María R. Brito, Adolfo J. Quiroz, Joseph E. Yukich

Dpto. de Matemáticas Puras y Aplicadas. Universidad Simón Bolívar
brito@usb.ve
Dpto. de Cómputo Científico y Estadística. Universidad Simón Bolívar
ajquiroz@gmail.com
Department of Mathematics. Lehigh University. Pennsylvania
jey0@lehigh.edu

Se proponen dos nuevos procedimientos para la estimación de la dimensión intrínseca de datos multivariados. Los estadísticos propuestos son no-paramétricos, en el sentido débil de que su valor depende solo del orden entre las distancias entre pares de puntos en la muestra. Mediante simulaciones se establece que los estadísticos considerados siguen un comportamiento casi lineal con la dimensión. Asimismo, se compara su desempeño con el del método propuesto por Levina y Bickel (2005). El resultado de este estudio de simulación permite concluir que los métodos propuestos son competitivos, en la práctica, para la identificación de dimensión intrínseca. Se describen resultados teóricos que sugieren que los métodos aquí propuestos son consistentes para el problema considerado sobre una amplia clase de distribuciones continuas.

Referencias

[1] M. Belkin y P. Niyogi, *Semi-supervised Learning on Riemannian Manifolds*. Artículo invitado en Machine Learning. Special Issue on Clustering **56**, (2004), 209-239.

[2] M. R. Brito, A. J. Quiroz y J. E. Yukich, *Graph Theoretic Procedures for Dimension Identification.* Journal of Multivariate Analysis **81**, (2002), 67-84.

[3] R. O. Duda, P. E. Hart, y D. G.Stork, *Pattern Classification.* 2nd. edition. (2001), John Wiley and Sons, New York.

[4] B. Kegl, *Intrinsic dimension estimation using packing numbers*. En Advances in Neural Information Processing Systems, Volume 15, Eds. S. Becker, S. Thrun y K. Obermayer, (2003), M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts.

[5] E. Levina, y P. J. Bickel, *Maximum likelihood estimation of intrinsic dimension*. En Advances in Neural Information Processing Systems, Vol. 17, Eds. L. K. Saul, Y. Weiss y L. Bottou, (2005).

[6] M. D. Penrose, *Gaussian limits for random geometric measures*, Electron. J. Probab. **12**, (2007), 989-1035.

[7] M. D. Penrose y J. E. Yukich, *Limit theory for point processes in manifolds*, (2010), en preparación.

[8] S. T. Roweis y L. K. Saul, *Nonlinear Dimensionality Reduction by Locally Linear Embedding*. Science, **290**,(2000), 2323-2326.

[9] V. Sindhwani, M. Belkin y P. Nigoyi, *The Geometric Basis of Semi-supervised Learning*. Capítulo en *Semi-supervised Learning*, Eds. O. Chapelle, B. Schölkopf and A. Zien, (2006), M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts.

Sistemas Dinámicos (Contínuos y Discretos)

Coordinadores: Coordinadores: Hanzel Lárez y Bladismir Ruiz

SIS1

Skew-Product Semiflows and Non-Autonomous Control Systems

D. Bárcenas, S-N. Chow, H. Leiva and A. Tineo M

Universidad de Los Andes
hleiva@ula.ve

In this paper we give a necessary and sufficient conditions for exact and approximate controllability of a wide class of linear infinite-dimensional non-autonomous control systems. This is done by employing skew-product semi-flows technique. Finally, we apply these results to non-autonomous partial and functional control systems.
En este trabajo se dan condiciones necesarias y suficientes para la controlabilidad exacta y aproximada de una clase amplia de sistemas lineales no autónomos en espacios de dimensión infinita. Para ello se utiliza técnicas de "Producto de Flujos Cruzados". Finalmente, estos resultados se aplican en sistemas no autónomos de ecuaciones parciales y funcionales.

Referencias

[1] Arias De Reyna J., Diestel J., Lomonosov V. and Rodriguez Piazza L., ”Some observations about the space of weakly continuous functions from a compact space into a Banach space”, (1994), Quaest. Math., pp. 415-425.

[2] S.N. Chow and H. Leiva, ”Dynamical Spertrum for Time Dependet Linear Systems in Banach Spaces”, Japan J. Indust. Appl. Math., 11, (1994) 379-415.

[3] S.N. Chow and H. Leiva, .Existence and Roughness of the Exponential Dichotomy for Skew-Product Semiflow in Banach Spaces”, J. Diff. Eqs., 120., 429-477 (1995).

[4] S.N. Chow and H. Leiva, ”Two Definitions of Exponential Dichotomy for Skew-Product Semiflow in Banach Spaces”Proc. of the Amer. Math. Soc., 124, (1996) 1071-1081.

[5] S.N. Chow and H. Leiva, ”Dynamical Spectrum for Skew-Product Semiflow in Banach spaces, Boundary Problems for Functional Differential Equation”, World Sci. Publ., Singapore, (1995) 85-105.

[6] R.F. Curtain and A.J. Pritchard, ”Infinite Dimensional Systems”, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 8. Springer Verlag, Berlin (1978).

[7] D. Hinrichsen and A.J. Pritchard, Robust Stability of Linear Evolution operators on Banach Spaces”, report Nr.269(1992), Institut f *ür* Dynamische Systeme F.M.I Universit *üt* Bremen, Germany

[8] R. Johnson and M. Nerurkar, .On null Controllability of Linear Systems with Recurrent coefficients and constrained Controls”, Journal of Dynamics and Differential Equations, Vol. 4. N0. 2 (1992).

[9] V.I. Korobov and R. Rabakh .Exact Controllabity in Banach Spaces”, A.M. Gorki Kharkov State University. Translated from Differentsial'nye Uravheniya, Vol. !5 N012, pp. 2142-2150, December (1979).

[10] E.B. Lee and Markus. ”Foundations of optimal control theory”, John Wiley, New York (1967).

[11] M. Megan, A.L. Sasu and B. Sasu .On Approximate Controllability Of Systems Associated to Linear Skew-Product Semiflows”, Analele Stiintifice ale *UniversitĂtii* .AL.I.Cuza”IASI Tomul XLVII, s.I a, *Matematicǎ* , 2001, f.2.

[12] A.L. Sasu ”Stability and Controllability for System of Difference Equations”, J. Differ. Equations Appl.12(2006),821-826.

[13] A.L. Sasu .On Exact Controllability of Variational Discrete Systems”, to appear in Applied Mathematical Letters.

[14] G.R. Sell, (1971) ”Topological Dynamical and Ordinary Differential Equations”, Van Norstand Reinnold company.

SIS2

Un Lema Sobre Operadores de Evolución y Aplicaciones

Hugo Leiva, Alexander Carrasco

Universidad de Los Andes. Facultad de Ciencias,
Departamento de Matemática
`hleiva@ula.ve`
Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. Decanato de Ciencias,
Departamento de Matemática
`acarrasco@ucla.edu.ve`

En este trabajo nosotros caracterizamos una familia de operadores de evolución que pueden ser usados para representar las soluciones de una clase general de ecuaciones diferenciales parciales no autónomas. Como aplicación consideramos un sistema diferencial parcial parabólico no autónomo con matriz de difusión D cuyos autovalores son semisimples con parte real no negativa o estrictamente positiva. El principal objectivo de este trabajo es la de generalizar el Lema 1.1 para una familia de operadores de evolución y usados también para derivar una fórmula de las soluciones de ecuaciones diferenciales parciales no autónomas. También, este trabajo puede considerarse como una continuación del trabajo realizado por [A. Carrasco and H. Leiva, Variation of constants formula for functional partial parabolic equations, Electronic Journal of Differential Equations 2007(130) (2007), 1-20].

Referencias

[1] A. Carrasco and H. Leiva *Variation of constants formula for functio-nal parabolic partial differential equations* Electron. J. Diff. Eqns., Vol. 2007(2007), No. 130, pp. 1-20.

[2] H.T. Banks *The representation of solutions of linear functional differential equations* J. Diff. Eqns., 5 (1969).

[3] J.G. Borisovich and A.S. Turbabin *On the Cauchy problem for linear non-homegeneous differential equations with retarded arguments* Soviet Math. Dokl., 10 (1969), pp. 401-405

[4] R.F. Curtain and H.J. Zwart, *An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory*, Tex in Applied Mathematics, Vol. 21. Springer Verlag, New York (1995).

[5] E. Iturriaga and H. Leiva, *A Necessry and Sufficient Condition for the Controllability of Linear Systems in Hilbert Spaces and Applications*, IMA J. Math. Control Inf., Advance Accsess Published on May 15, 2007; doi:10.1093/imamci/dnm017

[6] M. V. KARTASHOV, *General Time-Dependent Bounded Perturbation of a Strongly Continuous Semigroup*, Ukrainian Mathematical Journal, Vol. 57, No. 12,(2005).

[7] H. Leiva, *Stability of a Periodic Solution for a System of Parabolic Equations*, Applicable Analyis, Vol. 60, 277-300, 1996.

[8] H. Leiva, *A Lemma on C_0-Semigroups and Applications PDEs Systems* Quaestions Mathematicae, Vol. 26, pp. 247-265 (2003).

[9] H. Leiva, *Exact controllability of the suspension bridge model proposed by Lazer and McKenna*, J. Math. Anal. Appl. 309 (2005), 404-419.

[10] H. Leiva, *Exact controllability of semilinear evolution equation and applications*, Int. J. Systems and communications Vol.1, No. 1, 2008.

[11] H. Leiva and J. Uzcategui, *Exact controllability of semilinear difference equation and application*, J. of Difference Equations and Applications, Vol. 14, No. 7, July 2008, 671-679.

[12] H. Leiva and H. Zambrano *Rank condition for the controllability of a linear time-varying system* International Journal of Control, Vol. 72, 920-931(1999)

[13] R.H. Martin and H.L. Smith *Reaction-diffusion systems with time delays: monotonicity, invariance, comparison and convergence* J. reine angew. Math. 413 (1991),1-35.

[14] Luiz A. F. de Oliveira *On Reaction-Diffusion Systems* E. Journal of Differential Equations, Vol. 1998(1998), N0. 24, pp. 1-10.

[15] Luiz A. F. De OLiveira, *Instability of Homogeneous Periodic Solutions of Parabolic-Delay Equations*, J. Differential Eqs. 109, 42-76 (1994).

[16] J. Wu (1996), *Theory and Applications of Partial Functional Differential Equatios*, Springer Verlag, Applied Math. Science Vol 119.

SIS3

Controlabilidad de la ecuación Termoelástica de dos Platos Vibrantes Acoplados

Hanzel Laréz, Hugo Leiva, Darwin Mendoza

Universidad de los Andes
larez@ula.ve, hleiva@ula.ve, darwinmath@ula.ve

En este trabajo se probará la controlabilidad de la ecuación termoelastica que modela dos platos vibrantes acoplados

$$\begin{cases} u_{tt} - cv_{tt} + \alpha\Delta^2 u - \Delta u_t = 1_w f_1(t,x) & \text{in } (0,\tau)\times\Omega, \\ -cu_{tt} + \gamma v_{tt} + \delta\Delta^2 v - \Delta v_t = 1_w f_2(t,x) & \text{in } (0,\tau)\times\Omega, \\ u = \Delta u = v = \Delta v = 0 & \text{on } (0,T)\times\partial\Omega, \end{cases}$$

donde Ω es un dominio acotado en $\mathbb{R}^N (N \geq 1), \alpha, \delta, \gamma$ y c son constantes positivas tal que $\gamma > c^2$, w es un subconjunto no vacio de Ω, 1_w denota la función característica del conjunto w y los controles distribuidos f_1, f_2 pertenecen a $L^2([0,\tau]; L^2(\Omega))$. Probaremos que para todo $\tau > 0$ y cualquier subconjunto abierto y no vacio w de Ω el sistema es aproximadamente controlable sobre $[0,\tau]$.

Palabras claves: Ecuación termoelastica de dos platos, Controlabilidad, Semigrupos de Operadores.

Referencias

[1] S. AXLER, P. BOURDON AND W. RAMEY, Harmonic Function Theory. Graduate Texts in Math,. 137. Springer Verlag, New York (1992).

[2] E. CASAS, Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales: Universidad de Cantabria, 1992.

[3] R. F. CURTAIN and A. J. PRITCHARD, "Infinite Dimensional Linear Systems ", Lecture Notes in Control and Information Sciences, Vol. 8. Springer Verlag, Berlin (1978).

[4] R. F. CURTAIN and H. J. ZWART, " An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory", Tex in Applied Mathematics, Vol. 21. Springer Verlag, New York (1995).

[5] H. LARÉZ, H. LEIVA AND J. UZCÁTEGUI " Controllability of a Broad Class of Linear Differential Equations in Hilbert Sapces "Submitted to International Journal of Control.

[6] H. LEIVA (1996), "Stability of Periodic Solution for a Systems of Parabolic Equation", J. Applicable Analysis, Vol. 60, pp. 277-300.

[7] H. Leiva " A Lemma on C_0- Semigroups and Applications PDEs Systems"Question Mathematics, Vol. 26, pp.247-265 (2003).

[8] H. LEIVA Çontrollability of a Systems of Parabolic Equation with non-diagonal diffusion matrix". IMA Journal of Mathematical Control and Information; Vol. 32, 2005, pp. 187-199.

[9] LUIZ A. F. de OLIVEIRA " On Reaction-Diffusion Systems " E. Journal of Differential Equations, Vol. 1998, N_0 24, pp. 1-10.

SIS4

Controlabilidad de Algunos problemas de Frontera

Hanzel Lárez, Hugo Leiva

Universidad de Los Andes. Facultad de Ciencias,
Departamento de Matemática
hleiva@ula.ve
Universidad de Los Andes. Facultad de Ingeniería,
Departamento de Cálculo
larez@ula.ve

La controlabilidad interior de los problemas de frontera es un caso especial de la teoría de control, aquí usamos un método, que según nuestro conocimiento, es nuevo; éste se basa en los siguientes tres resultados:

Teorema 1. (Ver [14]) *autofunciones de $-\Delta$ con condiciones de frontera de Dirichlet son funciones reales analíticas.*

Teorema 2. (ver el Teorema 1.23 de [3], pg. 20) *Suponga que $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ es un conjunto abierto no vacío y conexo, y f es una función analítica real en Ω con $f \equiv 0$ sobre un subconjunto abierto no vacío ω de Ω. Entonces, $f \equiv 0$ en Ω.*

Lema 1. (ver Lema 3.14 de [8], pg. 62) *Sean $\{\alpha_j\}_{j\geq 1}$ y $\{\beta_{i,j} : i = 1, 2, \dots, m\}_{j\geq 1}$ dos sucesiones de números reales tales que: $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 \cdots$. Entonces*

$$\sum_{j=1}^{\infty} e^{\alpha_j t}\beta_{i,j} = 0, \ \forall t \in [0, t_1], \ i = 1, 2, \cdots, m$$

si, y sólo si

$$\beta_{i,j} = 0, \ i = 1, 2, \cdots, m; j = 1, 2, \cdots, \infty.$$

En particular, se probará la controlabilidad aproximada en el interior de la ecuación de onda fuertemente amortiguada, con condiciones de frontera del tipo Dirichlet, la cual viene dada por:

$$\begin{cases} w_{tt} + \eta(-\Delta)^{1/2} w_t + \gamma(-\Delta)w = 1_\omega u(t,x), & \text{en} \quad (0,\tau)\times\Omega, \\ w = 0, & \text{en} \quad (0,\tau)\times\partial\Omega, \\ w(0,x) = w_0(x), \quad w_t(0,x) = w_1(x), & \text{en} \quad \Omega, \end{cases}$$

donde Ω es un dominio acotado en $\mathbb{R}^n$, ω es un subconjunto abierto, no vacío de Ω, 1_ω denota la función característica del conjunto ω, $u \in L^2(0,\tau; L^2(\Omega))$, el control, $w_0, w_1 \in L^2(\Omega)$, $\eta^2 > 4\gamma$ y $\eta > 0$. Acá, se prueba el siguiente resultado: para todo $\tau > 0$ y cualquier subconjunto abierto, no vacío ω de Ω el sistema anterior es aproximadamente controllable sobre $[0,\tau]$.

Palabras Clave. Controlabilidad interior, semi grupo fuertemente continuo.

Referencias

[1] A. acosta, H. Leiva and J. Rebaza. A Necessary and Sufficient Algebraic Condition for the Controllability of a Strongly Damped Wave Equation *Mathematical Sciences*, Vol. 2, pages 223–242 , 2008.

[2] R. Adams, P. Bourdon and W. Ramey. *Sobolev Spaces*, Academics Press, New York,San Francisco, London (1975).

[3] S. Axler, P. Bourdon and W. Ramey. *Harmonic Fucntion Theory*, Graduate Texts in Math., New York, (1992).

[4] S. Badraqui. Asymptotic Cehavior of Solutions to a 2×2 Reaction-Diffusion System with a Cross Diffusion Matrix on Unbounded Domains editor, *Electronic Journal of Differential Equations*, Vol. 61, pages 1-13 , 2006.

[5] D. Bárcenas y H. Leiva. Semigrupos Fuertemenete Continuos y Algunas Aplicaciones *Editorial Texto*, Caracas, 2002.

[6] D. Bárcenas, H. Leiva and Z. Sívoli A Broad Class of Evolution Equation are Never Exactly editor, *IMA-Journal of Mathematical Control and Information*, pages 310-320 , 2005.

Editorial, S.A., Madrid 1984.

[7] E. Casas. Introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales, editor, *Universidad de Cantabria*, 1992.

[8] R.F. Curtain, and A. J. Pricahrd. Infinite Dimensional Linear Systems, editor, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Vol. 8. Springer Verlag, Berlin, 1978.

[9] R.F. Curtain, and H. J. Zwart. An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory, *Lecture Tex in Applied Mathematics*, Vol. 21. Springer Verlag, New York, 1995.

[10] J. A. Goldstein. Semigroups of Linear Systems Operators and Applications, editor, *Oxford Mathematical Monographs*, Oxford University Press, New York, 1985.

[11] G. Ladas and Lakshmikantham *Differential Equations in Abstract Spaces* Academic,New York, 1972.

[12] H. Lárez, H. Leiva and Uzcategui. Controllability of Block Diagonal Systems and Applications, editor, *To appear in International Journal of Systems, Control and Communications* 2009.

[13] H. Leiva. A Lemma on C_0-Semigroups and Applications PDEs Systems, editor, *Quaestions Mathematicae*, volume 26, pages 247–265, 2003.

[14] H. Leiva. and Y. Quintana. Rank Interior Controllability of a Broad Class of Reaction Diffusion Equations, editor, *Mathematics Subject Classification*, 2009.

[15] H. Leiva. and H. Zambrano. Rank Condition for the Controllability of a Linear Time-Varying System, editor, *International Journal of Control*, Vol. 72, pages 920–931, 1999.

[16] Luz de Teresa and E. Zuazua. Controllability of the Linear System of Thermoelastic Plates, *Advances in Differential Equations* , Vol. 1, pages 369–402, 1996.

[17] Luz de Teresa. Approximate Controllability of Semilinear Heat Equation in $\mathbb{R}^N$, *SIAN J. Control Optim*, Vol. 36, pages 2128–2147, 1998.

[18] A. Pazy. *Semigroups of Linear Operators with Applcations to Partial Differential Equations*. Spriger-Verlag, Berlin, New York, 1983.

SIS5

Controlabilidad Exacta de Ecuaciones de Evolución Semilineales Estocásticas

D. Barraez[1], J. Contreras[1], Nelson Merentes[1], H. Leiva[2], M. Narváez[2]

[1] *Banco Central de Venezuela*
[2] *Universidad de Los Andes*

En este trabajo estudiaremos la controlabilidad exacta de la siguiente ecuación de evolución semilineal estocástica

$$\begin{cases} dx(t) = Ax(t)dt + Bu(t)dt + f(t,\omega,x(t),u(t))dt + \sigma(t,\omega,x(t),u(t))d\omega(t), \\ x(0) = \xi_0 \end{cases} \tag{4}$$

donde $A : D(A) \subset X \to X$, es el generador infinitesimal de un semigrupo fuertemente continuo $\{S(t)\}_{t\geq 0}$, sobre un espacio de Hilbert separable X, $B \in L(U,X)$, siendo U un espacio de Hilbert separable, la función de control u es un proceso aleatorio con valores en U, ξ es una variable aleatoria medible con respecto a $\mathcal{F}_0$ y valor en $X.\{w(t),\ \ t \geq 0\}$ es un proceso de Wiener. Supondremos que el sistema lineal

$$dx(t) = Ax(t)dt + Bu(t)dt + \sigma(t,\omega,x(t),u(t))d\omega(t), \tag{5}$$

es exactamente controlable,en este caso, el control $u \in L_2^{\mathcal{F}}([0,T],U)$ conduciendo el estado inicial ξ_0 al estado final $x(T) = x_1$, $T \geq 0$ viene dado por la formula

$$u(t) = B^*S^*(T-t)E\left\{\Pi^{-1}(h) \mid \mathcal{F}_t\right\},$$

donde $h = x_1 - S(T)\xi_0 - \int_0^T S(T-s)\sigma(s,x(s),u(s)$ y $\Pi : L_2(\mathcal{F}_T,X) \to L_2(\mathcal{F}_T,X)$ posteriormente bajo condiciones adecuadas sobre f y σ, la controlabilidad exacta del sistema lineal se preserva por el sistema semilineal (**??**); aquí el control que lleva el estado inicial ξ_0 al estado final $x_1 = x(T)$, $T \geq 0$ viene dado por

$$u(t) = B^*S^*(T-t)\mathbf{E}(\Pi^{-1}(I+K)^{-1}(h) \mid \mathcal{F}_t),$$

SIS6

Dinámica de un Modelo Depredador-Presa con Tasa de Mortalidad Variable

Cosme Duque, Marcos Lizana

Universidad de los Andes
`duquec@ula.ve, lizana@ula.ve`

En este trabajo caracterizamos parcialmente la dinámica global del siguiente modelo depredador presa con tasa de mortalidad variable y respuesta funcional del tipo Holling II

$$N' = N\left[\frac{\varepsilon}{K}(K-N) - \frac{aP}{\beta+N}\right],$$
$$P' = P\left[-M(P) + \frac{bN}{\beta+N}\right].$$

Concretamente, damos condiciones necesarias y suficientes para que el sistema sea permanente, estudiamos la estabilidad global del equilibrio no trivial, cuando éste es único. Mostramos que es posible la existencia de un única solución periódica la cual surge de una bifurcación de Hopf supercrítica y muere a través de una bifurcación de Hopf subcrítica, lo cual sugiere que el modelo exhibe nuevos hechos dinámicos que no están presente en el modelo clásico, es decir, en el modelo con tasa de mortalidad constante.

Referencias

[1] Cantrell, R. S., Cosner, C., Spatial Ecology via Reaction-Diffusion Equations. Wiley (2003).

[2] Cavani, M., Farkas, M., Bifurcations in a Predator-Prey Model With Memory and Diffusion. I:Andronov Hopf Bifurcation. Acta Math. Hungar. **63** (1994) 213-229.

[3] Duque, C., Lizana, M., Partial characterization of the global dynamic of a predator-prey model with non constant mortality rate. Differential Equation and Dynamical Systems. **17** (1 & 2) (2009) 1-13.

SIS7

Condiciones Necesarias para un Problema de Control Óptimo de Mayer con Dinámica Discontinua

Vinicio R. Ríos

Departamento de Matemática
Facultad Experimental de Ciencias
Universidad del Zulia
`rios@math.lsu.edu`

La presente charla anuncia el establecimiento de condiciones necesarias para un problema de optimización dinámica de Mayer, cuyas restricciones están modeladas por una inclusión diferencial disipativa y semicontinua superiormente. Nuestro resultado principal reafirma las condiciones de Euler y Weierstrass dentro de un contexto no cubierto por el estado del arte presente en [1], particularmente en el caso en que la multifunción que define la dinámica es discontinua con valores convexos y acotados.

Referencias

[1] F. Clarke, *Necessary conditions in dynamic optimization.* Memoirs of the American Mathematical Society **816** (173), (2005).

SIS8

Difeomorfismos de Superficies Exhibiendo Curvas invariantes con Número de Rotación Irracional

Bladismir Leal, Leonardo Mora

Dpto. Matemáticas Fac. de Ciencias ULA, Mérida
`bladismir@ula.ve`
Dpto. Matemáticas Fac. de Ciencias ULA, Mérida
`lmora@ula.ve`

Comenzemos con la siguiente difinicion: $f : M \to M$, M una superficie, posee un **ciclo heteroclínico no transversal** asociado a dos puntos fijos hiperbólicos Q_1 y Q_2, si las variedades $W^s_f(Q_1)$ y $W^u_f(Q_2)$ se intersectan transversalmente y $W^u_f(Q_1)$ toca tangencialmente $W^s_f(Q_2)$. λ_i y γ_i denotan los autovalores de $Df(Q_i)$, con $0 < |\lambda_i| < 1 < |\gamma_i|$, $i = 1, 2$.

Nuestro principal objetivo es mostrar que, para difeomorfismos suaves, en este caso de clase C^7, próximos a difeomorfismos que poseen un ciclo heteroclínico no transversal asociadas a dos puntos fijos sillas disipativos, digamos Q_1, Q_2, existen difeomorfismos con curvas invariantes topológicamente conjugadas a la rotación irracional, de hecho mostraremos la existencia infinitas curvas invariantes de este tipo. Para ello usaremos bifurcaciones del tipo Hopf, como en [3], aplicado a la familia cuadrática, para obtener curvas invariantes, usando los resultados de [2], [3] y [6]. Luego usaremos argumentos para conectar varias tangencias simultaneamente en un mismo difeomorfismo como en [1] y [4].

Referencias

[1] Colli, E. *Infinitely many coexisting strange attractors*. Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, pp 539–579, 1998.

[2] Herman, M. Mesure de Lebesgue et nombre de rotation. (French) *Geometry and topology (Proc. III Latin Amer. School of Math., Inst. Mat. Pura Aplicada CNPq, Rio de Janeiro*, 1976), pp. 271–293. Lecture Notes in Math., Vol 597, Springer, Berlin, 1977.

[3] Ioos, G. *Bifurcation of maps and applications*. North-Holland Mathematics Studies, 36. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1979. x+232 pp.

[4] Leal, B. *High dimensional diffeomorphisms exhibiting infinitely many strange attractors*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 25, pp 587–607, 2008.

[5] Palis and Takens. *Hyperbolicity and Sensitive-Chaotic Dynamics at Homoclinic Bifurcations*. Cambridge University Press, 1993.

[6] Ruelle, D. *Elements of differentiable dynamics and bifurcation theory*. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1989. viii+187 pp.

SIS9

¿Existen difeomorfismos del plano robustamente transitivos?

Sergio Muñoz, Bladismir Leal

Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado (UCLA)
`smunoz@uicm.ucla.edu.ve`
Universidad de Los Andes (ULA)
`bladismir@ula.ve`

El concepto de hiperbolicidad nace a inicios del siglo pasado con la busqueda de sistemas estructuralmente estables, pero es en la década de los 60 que este concepto se cristaliza con el importante trabajo de Anosov [1], quien demostró lo siguiente: Sea M una variedad compacta y sin bordes, de dimensión mayor o igual que 2, sea $f : M \longrightarrow M$ un difeomorfismo de clase C^r; $r \geq 1$, si M es un conjunto hiperbólico (relativo a f), entonces todo difeomorfismo, suficientemente C^r próximo de f, es topológicamente conjugado con f; en particular, si f es transitiva (esto es, existe $p \in M$ tal que la órbita de p es densa en M), entonces todo difeomorfismo, suficientemente C^r próximo de f, también es transitivo (esto último se expresa diciendo que f es robustamente transitiva). La condición de contracción/expansión uniforme, colocada en el concepto de hiperbolicidad, está atada a la compacidad de la variedad sobre la cual actúa el sistema dinámico. Ya en un trabajo de R. Devaney, se evidencia la existencia de un difeomorfismo $F : \mathbb{R}^2 \setminus \{y = 0\} \longrightarrow \mathbb{R}^2 \setminus \{y = -x\}$, de naturaleza hiperbólica y transitivo en el plano. El mapa estudiado por Devaney en [2], fue introducido por M. Hénon en la década de los 80, como un sistema que contiene dinámicas del problema de los tres cuerpos, y publicado posteriormente en [3]. De manera que es importante la siguiente pregunta ¿Hay un concepto de naturaleza ”hiperbólica”, coherente con la noción de estabilidad, para difeomorfismos en variedades no-compactas? En esta charla, mostramos familias de difeomorfismos $f_{a,b,c} : \mathbb{R}^2 \setminus \{y = 0\} \longrightarrow \mathbb{R}^2 \setminus \{y = -x\}$, donde a, b, c son parámetros reales, que son perturbaciones del mapa estudiado en [2] y no son transitivas en el plano. Con estos ejemplos queda abierta una pregunta ¿Existen difeomorfismos del plano robustamente transitivos?

Referencias

[1] D. V. Anosov, *Geodesic flows on closed Riemann manifolds with negative curvature*. Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, No. 90 (1967).

[2] R. Devaney, The baker transformation and a mapping associate to the restricted three-body problem. *Commun. Math. Phys.*, **80**, 465-476 (1981).

[3] M.Henon. Generating families in the restricted three-body problem. *Lecture notes in physics*, (1997).

SIS10

Minimal sets of periods for Morse-Smale diffeomorphisms on compact surfaces

Víctor Sirvent

Departameto de Matemáticas,
Universidad Simón Bolívar,
Caracas, Venezuela
vsirvent@usb.ve

We study the minimal sets of periods for Morse–Smale diffeomorphisms on compact surfaces without boundary; in fact our study extends to the C^1 diffeomorphisms on these surfaces having all the periodic points hyperbolic and the same action on the homology as the Morse–Smale diffeomorphisms.

We provide explicit information about these minimal sets of periods for the Morse–Smale diffeomorphisms on orientable compact surfaces of genus 0, 1, 2, 3 and on nonorientable surfaces T_k, with $1 \leq k \leq 6$. Additionally we give some general properties of these minimal set of periods for in term of the genus g in the orientable case or k in the nonorientable case.

Referencias

[1] B. Iskra and V. Sirvent, *Cyclotomic polynomials and minimal sets of Lefschetz periods*. Pre-print

[2] J. Llibre and V.F. Sirvent, *Minimal sets of periods for Morse–Smale diffeomorphisms on orientable compact surfaces*. Houston J. of Math. **35** (2009), 835-855.

Topología y Geometría Diferencial

Coordinadores: Jorge Vielma y Ennis Rosas

TGD1

Nuevas Topologías sobre el Espectro Primo de un Anillo

S. García-Ferreira, L. Ruza-Montilla

Instituto de Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Apartado Postal 61-3
Xangari, 58089
Morelia, Michoacán
México
sgarcia@matmor.unam.mx
Departamento de Matemáticas
Núcleo Rafael Rangel
Universidad de Los Andes
Trujillo
Venezuela
ruza@ula.ve

En este trabajo introducimos nuevas topologías sobre el espectro primo de un anillo conmutativo usando ultraproductos de ideales primos. Los anillos que consideramos son siempre anillos conmutativos con identidad. Para un anillo conmutativo R, la colección de todos los ideales primos de R, se le llamará espectro primo del anillo R y se denotará por $Spec(R)$. La primera topología sobre $Spec(R)$ registrada en la literatura matemática es la *topología de Zariski* ([14]), denotada por τ_z. Años después aparece una topología más fina que la topología de Zariski, conocida como *topología patch* ([9]), *topología constructible* ([1]) y *topología ultrafiltro* ([5]), la cual denotaremos por τ_p. Es conocido que $\tau_z \subseteq \tau_p$ ([9]), además la topología patch es siempre Hausdorff y la topología de Zariski es Hausdorff si y sólo si cada ideal primo de R es maximal. Las nuevas topologías que logramos definir son más finas que la topología patch y contablemente compactas. Estas topologías son definidas usando ultraproductos de ideales primos ([2]).

Introduciendo nuevas topologías sobre la compactificación de Stone- Čech de los números naturales logramos probar que nuestras topologías sobre $Spec(\mathbb{Q}^{\mathbb{N}})$ no son compactas. Finalmente, construimos $2^{\mathfrak{c}}$ nuevas topologías sobre $Spec(\mathbb{Q}^{\mathbb{N}})$ las cuales son no homeomorfas dos a dos.

Referencias

[1] M. Atiyah and I. Macdonald, *Introduction to commutative algebra.* Addison-Wesley, Reading, Mass., 1969.

[2] L. Cáceres-Duque and G. Nelson, *A Description of Ideals in Noetherian Rings.* Communications in Algebra **31: 7**, (2003), 3039-3060.

[3] W. Comfort, *Ultrafilters: Some old and some new results.* Bull. Amer. Math. Soc. **83**, (1977), 417-455.

[4] J. Dieudonné and A. Grothendrik, *Elements de Géometrie Algébrique I.* Springer, 1970.

[5] M. Fontana and K. Loper, *The patch topology and the ultrafilter topology on the prime spectrum of a commutative ring.* Communications in Algebra **36**, (2008), 2917-2922.

[6] Z. Frolík, *Sums of ultrafilters.* Bull. Amer. Math. Soc. **73**, (1967), 87-91.

[7] Z. Frolík, *Homogeneity problems for extremally disconnected spaces.* Comment. Math. Univ. Carolinae **8**, (1967), 757-763.

[8] S. García-Ferreira, *Three orderings on $\beta(\omega) \setminus \omega^*$.* Topology and its Applications **50**, (1993), 199-216.

[9] M. Hochster, *Prime ideal structure in commutative rings.* Trans. Amer. Math. Soc. **142**, (1969), 43-60.

[10] L. Gillman and M. Jerison, *Ring of Continuous Functions.* Graduate Text in Mathetaticas vol. 43, Springer-Verlag, 1976.

[11] K. Kunen, *Weak P-points in ω^*.* Colloq. Math. Soc. János Bolyai on Topology **23** (1978), Budapest, 741-749.

[12] V. Saks, *Ultrafilter invariants in topological spaces.* Trans. Amer. Math. Soc. **241**, (1978), 79-97.

[13] P. Simon, *Applications of independent linked families.* in: Topology, Theory and Applications (Eger, 1993), Colloquia Mathematica Societatis János Bolyai **41** (North-Holland, Amsterdam, 1985) 561-580.

[14] O. Zariski, *The compactness of the Riemann manifold of an abstract field of algebraic functions.* Bull. Amer. Math. Soc. **50**, (1944), 683-691.

TGD2

Descomposición de Fell-Vietoris de la topología producto sobre el cubo de Cantor

Alirio J. Peña P. y Jorge Vielma

Universidad del Zulia, Facultad Experimental de Ciencias, Departamento de Matemáticas, Maracaibo 526-Venezuela
apena@luz.edu.ve, aliriopp62@gmail.com
Universidad de Los Andes, Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas, Mérida-Venezuela
vielma@ula.ve

Usando argumentos de hiperespacios y convergencia de redes ([2]) se muestra una descomposición reticular de la topología producto sobre el cubo de Cantor 2^X, donde X es un conjunto novacío y $2 := \{0,1\}$ es considerado como un espacio discreto. Se prueba que la topología producto sobre 2^X es el supremo de la topología de Fell superior y la topología de Vietoris inferior en el retículo de topologías sobre 2^X, donde X es considerado como un espacio discreto. De esta descomposición se obtiene la igualdad de las topologías producto y la de Fell sobre 2^X, así como también que las topologías de Fell superior, la de Vietoris inferior y la producto sobre 2^X no son comparables dos a dos por inclusión. Por otro lado, Banakh y Voytsitskyy en [1] muestran que la topología de Fell π_F sobre 2^X es *equivalente* a la topología producto π_p sobre 2^X, es decir, los espacios $(2^X, \pi_F)$ y $(2^X, \pi_p)$ son homeomorfos. De hecho, se tiene la igualdad $\pi_F = \pi_p$.

Referencias

[1] Banakh, T., and Voytsitskyy, R., *Fell topology on hyperspaces of locally compact spaces*, Mat. Stud. 27:2 (2007), 196-207.

[2] Beer, G., *Topologies on closed and closed convex sets*, Kluwer Academic Publishers, London, 1993.

TGD3

Ideales en espacios topológicos y los axiomas de separación

Luz M. Ruza, Jorge Vielma

Universidad de los Andes
ruza@ula.ve, vielma@ula.ve

En este trabajo caracterizamos algunos axiomas de separación usando ciertos ideales. En particular el ideal $I_c(x) = \{A \subseteq X : x \notin \overline{A}\}$ para todo $x \in X$ es de gran importancia.

Referencias

[1] M. Mrshevich, *Some Properties of the Space 2^X for a Topologigal R_0-Space*, Russian Math. Surveys 34 (6)(1979), 188-193.

[2] C. Uzcátegui, J. Vielma, *Alexandroff Topologies viewed as closed subsets of the Cantor cube*, Divulg. Mat. 13 (1)(2005),45-53

TGD4

Caracterizaciones de Variedades Kaehlerianas a través de las Transformaciones Holomórficamente Proyectivas

Franmary López

Instituto Universitario de Tecnología de Cumaná
franmalopezv@hotmail.com

Sea M una variedad Kaehleriana de dimensión real n, (g, J) su estructura Kaehleriana y R^h_{kji} el tensor de curvatura Riemanianna definido por: $R^h_{kji} = \partial_k \Gamma^h_{ji} - \partial_j \Gamma^h_{ki} + \Gamma^h_{ka}\Gamma^a_{ji} - \Gamma^h_{ja}\Gamma^a_{ki}$, donde Γ^h_{ji} son los símbolos de Christoffel construidos a partir de g. Se definen en M los tensores curvatura armómica y curvatura escalar mediante las relaciones: $\nabla_a R^a_{kji} = \nabla_k S_{ji} - \nabla_j S_{ki}$ y $r = g^{ba} S_{ba}$ respectivamente, donde $S_{ji} = R^a_{aji}$ es el tensor de Ricci. Si X es una transformacón holomórficamente proyectiva, entonces $L_X \Gamma^h_{ji} = \delta^h_j F_i + \delta^h_i F_j - J^h_j J^a_i F_a - J^h_i J^a_j F_a - J^h_i J^a_j F_a$, donde $F = (F^i)$ en cierto campo vectorial asociado a X y L_X es la derivada de Lie. Se estudiará la holomorfidad proyectiva en variedades complejas de Kaehler con estructura casi compleja, usando las propiedades geométricas de la variedad en cuestión, tales como curvatura armónica y curvatura escalar, así como también campos vectoriales como transformación infinitesimal y con la característica de ser tipo Killing. Esto generará dos toeremas principales y sus respectivas aplicaciones en espacios conocidos como los espacios Einstenianos, espacios recurrentes, espacios de Peterson-Codazzi y los espacios de curvatura constante.

Referencias

[1] H. Izumi, *A remark on infinitesimal holomorphically proyective transformations.* Matha Japonica **39**(1994), 367-372.

[2] F. Lopez, *Caracterizaciones de Transformaciones Holomórficamente Proyectivas en Variedades Kaehlerianas con Curvatura Escalar y Armónica.* Tesis de Maestria, Departamento de Postgrado de Matemática. Universidad de Oriente, Cumaná 2009.

TGD5

Tensores $H-$Real Holomórficos sobre Variedades Complejas

Richard Malavé

Instituto Universitario de Tecnología de Cumaná
malave_r@hotmail.com

Sea M una variedad compleja de dimensión compleja $n \geq 3$, con estructura casi compleja J y métrica compleja g. La conexión afin ∇ es compleja si y sólo si $\nabla J = 0$, donde J es la estructura casi compleja sobre M. Se dice que la conexión compleja ∇ es real holomórfica si se cumple $R(Jx, y) = JR(x, y)$ para todo campo vectorial X, Y sobre (M, J). Si existe una métrica compleja g sobre (M, J) tal que ∇ es de curvatura constante $\rho \neq 0$, se propone en este trabajo, mostrar que ∇ es $H-$proyectiva y la componente $(1, 0)$ de ∇ es de curvatura constante $2\rho \neq 0$ y $H-$proyectivamente plana con el tensor complejo de Ricci no degenerado.

Referencias

[1] N. Kobayashi, *Foundations of Diferential Geometry.* Vol II. Intercience Publisher, New York 1996.

[2] R. Malavé, *Sobre Tensores Holomórficamente Proyectivas no Relacionados en Variedades Kahlerianas con Curvatura Escalar Constante.* Tesis de Maestria, Universidad de Oriente, Cumaná 2007.

TGD6

Una Condición Necesaria para que una Variedad casi Hermitiana sea Anti-Tachibana

Luis Colón

Universidad de Oriente. Núcleo de Anzoátegui
yigo54@cantv.net

Se considera M como una variedad casi Hermitiana, con estructura casi compleja "J"; con métrica Riemanniana "g" que cumple $g(JX, JY) = g(X, Y)$, para todo par de campos vectoriales X, Y definidas en M, y con el operador de derivada covariante ∇ respecto a "g". M es un espacio Tachibana si la estructura casi compleja de M satisface: $(\nabla_X J)\, Y + (\nabla_Y J)\, X = 0$. En [1] se da una condición necesaria y suficiente para que una variedad casi Hermitiana sea un espacio Tachibana. El propósito de este trabajo es buscar una condición necesaria, basado en lo expuesto en [1], para que M sea un espacio anti-Tachibana.

Referencias

[1] Cengiz, N., Taracki, A. y Salimov A. *A note on Kaehlerian Manifold.* Turk J Math. **30** (2006), 1-7.

[2] Tachibana, S. *Analytic tensor and its generalization.* Tohoku Math. J **12**, (1960) 208-221.

TGD7

Una Generalización del Principio de Hamilton, via Sistemas Mecánicos Dinámicos Equivalentes

Rodrigo martínez Ordaz

Universidad de Oriente. Núcleo de Sucre. Dpto. de Matemáticas.
yigo54@cantv.net

El principio de Hamilton en la mecánica holonómica, se basa en la conmutatividad: $d\delta x - \delta dx = 0$, $d\delta y - \delta dy = 0$, $d\delta z - \delta dz = 0$, donde δ es la variación virtual. Es conocido que las ecuaciones de Hamilton para este sistema toman la forma $\dot{x}^k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$ y $\dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial x^k}$, donde $H = p_\alpha \dot{x}^\alpha - L$, $p_\alpha = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\alpha}$. Los sistemas mecánicos μ y $\overline{\mu}$, tales que $\mu = (M, \phi, \theta)$ y $\overline{\mu} = (\overline{M}, \overline{\phi}, \overline{\theta})$, se definen dinámicos equivalentes, si cumplen: $\overline{D}_k = B_k^\alpha D_\alpha$, con $\det\left(B_k^\alpha\right) \neq 0$; donde $\overline{D}_k = 0$ y $D_k = 0$ son las ecuaciones de movimiento de los sistemas μ y $\overline{\mu}$. Se propone entonces un modelo matemático basado en el estudio de los sistemas no holonómicos relacionado con la posibilidad de enfocarlo como holonómicos, para lo cual se introducen los multiplicadores de Lagrange usando variaciones no conmutativas.

Referencias

[1] Rumiansev, V. *Sobre el principio de Hamilton con variaciones no conmutativas.* Rev. Matemática y Mecánica Aplicada, T42, Moscú, 1988.

[2] Ramírez, R. *Problemas inversos en la mecánica de Newton.* Rev. de VINITI, Nro. 14, 68-85, Moscú, 1985

TGD8

Grupos de Lie Estratificados

Tomás Guardia

Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad Central de Venezuela
tomas.guardia@ciens.ucv.ve

En esta charla introducimos el concepto de un pseudogrupo de Lie estratificado como una pseudovariedad estratificada que tiene a grupos de Lie como estratos. Por ejemplo la recta real con la operación de multiplicacióón usual de números reales no es un grupo ya que el origen no tiene inverso multiplicativo; sin embargo si es un pseudogrupo de Lie si tomamos la estratificación del origen como estrato singular y los reales no nulos como estrato regular. Existe el problema de definir explosiones en los grupos de Lie de tal forma que la operación de composición en la explosión sea compatible con la estructura de variedad del grupo.

Referencias

[1] BONFIGLIOLI, A.; LANCONELLI, E.; UGUZZONI, F. *Stratified Lie Groups and Potential Theory for their Sub-Laplacians* Springer Monogrhaphs in Mathematics (2007).

[2] GUARDIA, T.; PADILLA, G. *On The Functoriality of Stratafied Desingularizations.* Extracta Mathematicae Vol **28** No 2, 139-153, (2008).

[3] GUARDIA, T. *Unfoldings and Unbending of Stratified Pseudomanifolds* preprint.

[4] GUARDIA, T. *Stratified Lie Pseudogroups* en proceso.

[5] PFLAUM, M. *Analytic and Geometric study of Stratified Spaces*. Lecture Notes in Mathematics Vol.**1768**. Springer. Berlin (2001).

TGD9

Una Aplicación de la Geometría Automática al Movimiento del Brazo de un Robot

Ingrid Guerra

Universidad de Oriente. Núcleo de Sucre. Dpto. de Matemáticas
ingritte@hotmail.com

Para los investigadores en inteligencia artificial la geometría automática es una herramienta moderna y fundamental en sus trabajos. La geometría automática consiste en describir geométricamente movimientos autómatas en el espacio apoyado en estructuras diferenciables, como las sub-variedades. El procedimiento es sencillo: se toma un resultado en la geometría plana o del espacio, se transforma éste en una ecuación polinómica que represente una sub-variedad en el espacio donde se estudia el problema; luego los movimientos puntuales se hacen mediante transformaciones geométricas. Se propone en este trabajo activar el movimiento del brazo de un robot cinemáticamente usando esta teoría.

Referencias

[1] Cox, D., Little, J. y O´Shea, D. *Ideals, Varieties and Algorithms. An Introduction to Computational Algebraic.* Secound Edition. (1996).

TGD10

Clasificación de los Haces de Cónicas en el plano proyectivo

Eduardo Requena

Centro de Geometría. Escuela de Matemática. Facultad de Ciencias. Universidad Central de Venezuela
erequena2003@yahoo.com

Esta charla tiene por objetivo presentar predicados bigraduados para la caracterización de la posición relativa a dos cónicas en el plano proyectivo. Por posición relativa entendemos la morfología de la intersección, las clases de isotopías rígidas y cuando una cónica está una dentro de otra. Los predicados son derivados por el análisis de los invariantes algebraicos de los haces de cónicas y sus construcciones relacionadas.

Referencias

[1] PETITJEAN, S. *Invariant-Based Charactherization of the Relative Positions of Two Projectives Conics.*

[2] BRIAND, E. *Equations, Inequations and Inequalities Characterizing the Configurations of two Real Projective Conics* Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing. (2005).

[3] LEVY, H. *Projective and Related Geometries.* MacMillan Company. New York. (1961).

[4] ARTZY, R. *Linear Geometry.* Addison-Wesley. (1965).

TGD11

Caracterizaciones de espacios mn-T_0 y mn-$T_{1/2}$

José Sanabria

Universidad de Oriente. Escuela de Ciencias. Departamento de Matemática
jsanabri@sucre.udo.edu.ve

Sean X un conjunto no vacío y $\mathcal{P}(X)$ el conjunto de partes de X. Se dice que una subfamilia m_X de $\mathcal{P}(X)$ es una estructura minimal (brevemente m-estructura) sobre X, si $\emptyset \in m_X$ y $X \in m_X$. En m-estructuras obtenemos muchos resultados que son muy similares a los de topología general, pero en un contexto mucho más amplio. En este estilo, F. Cammaroto y T. Noiri en [1], unifican modificaciones de las nociones de Λ-conjuntos, λ-cerrados y $g\Lambda$-conjuntos, lo que permite caracterizar propiedades de separación en un contexto no necesariamente topológico. En este trabajo usamos la noción de conjuntos (Λ, mn)-cerrados y $g\Lambda_{mn}$-conjuntos introducidos por J. Sanabria, E. Rosas y C. Carpintero en [6], para caracterizar los espacios mn-T_0 y mn-$T_{1/2}$, respectivamente.

Referencias

[1] F. CAMMAROTO & T. NOIRI, *On Λ_m-sets and related topological spaces,* Acta Math. Hungar., 109 (3) (2005), 261-279.

[2] H. MAKI, K. C. RAO & A. NAGOOR GANI, *On generalizing semi-open and preopen sets,* Pure Appl. Math. Sci., 49 (1999), 17-29.

[3] T. NOIRI, *The further unified theory for modifications of g-closed sets,* Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 57 (2008), 411-421.

[4] V. POPA & T. NOIRI, *On M-continuous functions,* Anal. Univ. ”Dunărea de Jos”Galati, Ser. Mat. Fiz. Mec. Teor. (2), 18(23) (2000), 31-41.

[5] V. POPA & T. NOIRI, *A unified theory of weak continuity for functions,* Rend. Circ. Mat. Palermo (2), 51 (2002), 135-164.

[6] J. SANABRIA, E. ROSAS & C. CARPINTERO, *The further unified theory for modifications of λ-closed sets and $g\Lambda$-sets using minimal structures,* por aparecer en Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo (2009).

TGD12

Nociones generalizadas de conjuntos y continuidad usando estructuras minimales

Henry Ramirez

Instituto Universitario de Tecnología de Cumaná. Cumaná. Venezuela
hlramirez6@hotmail.com

En 1999, H. Maki, R. Chandrasekhara y A. Nagoor [1] introducen la noción de m-estructura o estructura minimal y m-espacio, y en este mismo ambiente en el 2009, E. Rosas, N. Rajesh y C. Carpintero [2], generalizan muchos resultados empleando la noción de m-espacio. Sea X un conjunto no vacío y

$m \subseteq P(X)$, donde $P(X)$ denota el conjunto de partes de X. Decimos que m es una m-estructura (o estructura minimal) sobre X, si $\emptyset$ y X pertenecen a m. Los miembros de la estructura m, son llamados conjuntos m-abiertos y el par (X, m) es llamado un m-espacio. Nuestro trabajo consiste en generalizar algunos conceptos clásicos de conjuntos abiertos, y γ-abiertos, $\tilde{g}$-abiertos, λ-abiertos, entre otros. También se estudian las funciones continuas, slightly-γ-continuas, slightly-$\tilde{g}$-continuas, slightly-λ-continuas, conocidos en topología general, usando las nociones de estructuras minimales.

Referencias

[1] H. Maki, R. Chandrasekhara and A. Nagoor. *On generalized semi open sets and preopen sets,* Pure Appl. Math Sci. 49(1999), 17-29.

[2] E. Rosas, N. Rajesh and C. Carpintero. *Some new types of open and closed sets in minimal structures II,* International Math Forum. 4, 44(2009), 2185-2198.

TGD13

Funciones ligeramente πg-continuas

Carlos R. Carpintero F.

Dpto Matemática. Universidad de Oriente,Venezuela
ccarpi@sucre.udo.edu.ve

En este trabajo se definen y estudian una nueva clase de funciones, denominadas funciones ligeramente πg-continuas. Estas son funciones $f : X \to Y$ (X, Y espacios topológicos) tales que $f^{-1}(V)$ es un subconjunto πg-abierto en X (véase [3] y [4]), siempre que $V \subseteq Y$ es clopen . Se demuestra que la noción de ligeramente πg-continuidad es más débil que la noción de función πg-continua ($f : X \to Y$ es πg-continua, si $f^{-1}(V)$ es πg-abierto para cada abierto $V \subseteq Y$). También se investigan las relaciones entre las funciones ligeramente πg-continuas, los espacios ligeramente πg-conexos (resp. πg-normales, πg-compactos)[2], y el gráfico de la función.

Referencias

[1] C. Carpintero, N. Rajesh and E. Rosas, *On slightly πg-continuous functions,* preprint (2010).

[2] E. Ekici, *On contra πg-continuous fuctions,* Chaos, Solitons and Fractals, 35(2008), 71-81.

[3] J. Dontchev and T. Noiri, *Quasi-normal and πg-closed sets,* Acta Math. Hungarica., 89(3)(2000), 211-219.

[4] V. Zaitsav, *On certain classes of topological spaces and their bicompactification,* Dokl Akad Nauk SSSR 178(1968), 778-779.

TGD14

Otras caracterizaciones de funciones (m, m')-abiertas, (m, m')-cerradas y (m, m')-continuas

Ennis Rosas

Dpto Matemática. Universidad de Oriente,Venezuela
erosas@sucre.udo.edu.ve

Sean X un conjunto no vacío y $\mathcal{P}(X)$ el conjunto de partes de X. Una subfamilia m de $\mathcal{P}(X)$ es una estructura minimal (brevemente, m-estructura) sobre X si $\emptyset \in m$ y $X \in m$. Decimos que una función $f : (X, m) \to (Y, m')$, es (m, m')-continua si la imagen inversa de cualquier elemento de m' es un elemento de m. De manera similar, una función $f : (X, m) \to (Y, m')$ es (m, m')-abierta (resp. (m, m')-cerrada) si para cualquier elemento $A \in m$ (resp. $X - A \in m$), $f(A) \in m'$ (respectivamente $Y - f(A) \in m'$). Exigiéndole algunas condiciones a las m-structuras dadas sobre X e Y, sin que estas lleguen a ser topologías, podemos obtener algunas caracterizaciones para las funciones (m, m')-continuas (resp. (m, m')-abiertas, (m, m')-cerrados) en términos de nociones extendidas de clausura y de interior definidas sobre las m-estructuras m y m', respectivamente.

Referencias

[1] C. Carpintero, E. Rosas, M. Salas. *Minimal Structure and separation properties,* International J. of Pure Appl. Math., 34(4)(2007), 473-488.

[2] Stephan Willard. *General Topology,* Addison-Wesley Publishing Company, 1970.

Índice general

Diomedes José Bárcenas Morillo (1949-2009)

IN MEMORIAM

"...My youngest sons got to know Diomedes when he visited Ohio; in fact, my youngest went once to Venezuela with me and we spent a memorable New Year in Puerto Santos. Both were saddened when I mentioned how ill he was and each will have nothing but fond memories of him.

Me? I enjoyed every moment around Diomedes. His visits to Kent were among my favorite, most treasured periods of my life. I can recall showing him how the Davis-Figiel-Johnson-Pelczynski factorization scheme worked and how, once he saw what it did, his eyes shone; he was soon a master at its use and it made me very proud to see how apt he was at finding ways to use the technique.

I also enjoyed talking baseball with him. As in all things, he was (justifiably) proud of his Venezuelan heritage. I know his family will miss him and his colleagues both at home and abroad. Venezuela has lost a son that always did his homeland proud.

I could say more but nothing that matters any more than he did."

Joe Diestel
Department of Mathematical Sciences
Kent State University

Extracto de comunicación personal dirigida al Prof. Hugo Leiva.
Cortesía: Prof. Hugo Leiva

Some memories of Prof. Diomedes Bárcenas

One of the great advantages of being a Mathematician is the privilege to travel far and wide to meet our colleagues whom we have never met but know very well through their works. An adventurous trip in 2006 which involved a long air travel followed by a tedious overnight bus journey landed me in Mérida, a sleepy little town in the Andes. The trip was worth all the trouble as it gave me an opportunity to enjoy the warm hospitality of South American colleagues and also earned me several new friends.

It was in Mérida, during my visit to Venezuela to take part in the CIMPA School held in the Universidad de Los Andes, where I met Prof. Bárcenas. He was one of the organisers of the School and we had exchanged a couple of e-mails earlier. There were problems with our accommodation and of course with food but we were very impressed by the warmth and friendliness with which we were treated by the organisers in general and by Prof. Bárcenas in particular.

When I sit down and reflect upon my stay in Mérida a couple of incidents connected with Prof. Bárcenas emerge like Pico Bolívar on a cloudless day. Every day after the first session of lectures in the morning there used to be tea-breaks during which the organisers arranged an assortment of refreshments. Prof. Bárcenas was kind enough to make sure that there was always some vegetarian stuff for me! Once he had arranged to serve chicha de arroz which was very similar to a south Indian dessert over which we had an interesting discussion.

It was amazing to see him mingle freely with academic and nonacademic staff of the university during the parties he arranged. Once in a restaurant where there was good music and not-so-good stage to dance, Prof. Bárcenas surprised all of us with his skills in Salsa!

After my return to India I had for some time corresponded with him in connection with the proceedings of the CIMPA School. There was no regular exchange of e-mails but I used to send him season's greetings during Christmas to which he was always prompt in replying. A week before last Christmas I sent him a message but there was no reply. Then came the e-mail message of Vicky (Yamilet Quintana) on 23rd December giving me the sad news of the sudden demise of Prof. Bárcenas.

Now I know I will never be able to meet him again but whatever memories I have of him I will cherish forever. Paraphrasing an old Tamil poem I could only say: To meet, to enjoy each others company and then to part with fond memories. What else is there in life?

S. Thangavelu
Indian Institute of Science
Bangalore, India

Diomedes Bárcenas

Al alba, demasiado
Temprano
Tras un café,
Diomedes prendía un cigarrillo
Y comenzaba su aventura
Entre números e iluminaciones.

Saltan paraboloides
Hiperbólicos
De la palma de su mano
Con un grito de Cervantes.

Indica la posibilidad
De una ecuación hacia la alegría.

Él no cree, pero
Cree más que
Aquél que
Dice creer.

Un algoritmo
Puede ser igual a un
Malabarismo
Y sus consecuencias.

Es ilusionista/ artista del trapecio,
Tropeles de caballos de paso...
Geométricos e imposibles
Pasos de bailes
A la luz del plenilunio.

Resuelve matemáticamente la intranquila
noche de Mérida, un
Amanecer en Chacopata,
Un atardecer en Puerto Santo, el Morro o
La sumatoria estética del Caribe hacia
Océano Atlántico.

Sigue en el camino caleidoscópico de la vida.

Su amor por
La humanidad
Es indeleble,
Como un bolero.

Pablo Emilio Cárdenas

http://pabloemiliocardenas.blogspot.com/2009/07/diomedes-barcenas.html

Diomedes Bárcenas

¿Cómo se escribe el obituario de uno mismo?

En este año infausto y horrible, en el cual el cáncer nos roba a Orlando Leal y a Chucho Ramos, a Leonardo Bautista y Virginia Moreno, se hubiese robado al Checo y por casualidad no a Oswaldo Travieso o a Lindora D'Ornelas; viene el nefasto mal a quitarnos a la fuente de todas nuestras alegrías: Diomedes Bárcenas.

El profesor Diomedes Bárcenas, mi hermano por decisión libérrima, fue un luchador de los buenos, de esos jóvenes campesinos que vinieron a Caracas en una cava llena de guacales, a mostrar toda la matemáticas que aprendieron en el liceo Simón Rodríguez de Carúpano, donde fuera profesor Raimundo Chela y antes, mucho antes, director Luís Briceño Picón, mi abuelo. De allí salió la más alta densidad de doctores en el área físico-matemática que haya conocido el país, incluido el sabio Félix Próspero Marín, gordo y menos grande que su inconmensurable belleza humana.

De Diomedes nos reíamos porque se dormía en clases, cuando en realidad se desfallecía de hambre por no tener ni siquiera los cinco bolos que costaban los tres golpes del comedor. Hoy nadie creería que ese tipo que impresionó a muchos auditorios internacionales con la calidad, tan alta como malo su inglés hablado, de sus trabajos en Teoría de Control, Análisis Real y Análisis Funcional, con incursiones exitosas en Álgebra, Probabilidades, Geometría y Didáctica de las Matemáticas lloraba en el edificio de la Biblioteca Central cuando lo metíamos solo en el ascensor y marcábamos el piso 12. Para alguien proveniente de la muy plana Rinconada de Puerto Santo, en el estado Sucre, eso era peor que trancarle la cochina a Dark Vader. Con Diomedes navegué en la procelosas aguas de todas las materias de nuestra licenciatura en Matemáticas, con él participamos en la creación del Centro de Estudiantes de Matemáticas, cuya primera elección nos ganó nuestro común amigo y hermano Wilfredo Urbina, a cuyo partido derrotamos el año siguiente, tiempos de democracia y sueños revolucionarios. Diomedes se retiró de una marcha contra el presupuesto insuficiente cuando íbamos por la plaza Morelos, porque de lo contrario no tendría tiempo de llegar puntualmente a la defensa de su Trabajo Especial de Grado, para defender su tesis sobre un tema de medidas vectoriales topológicas que le propuso nuestro común, muy querido y exigente tutor Arturo Reyes.

Por esas cosas que aún hoy no acabo de entender, el Departamento de Matemáticas no hizo nada por retenerlo y se fue a Mérida, ciudad donde hizo toda su carrera, Tampoco entiendo por qué los postulantes al premio Mendoza Fleury nunca vieron en su grueso curriculum de investigador de punta a alguien tanto o más merecedor del llamado premio Polar que cualquiera de los matemáticos galardonados, Mischa excluido. Siempre la muerte remueve los bellos recuerdos y los resentimientos en tumultuosa asamblea.

Diomedes, historiador superior de la salsa y del galerón oriental, sin duda alguna el matemático más enterado de la salsa en Venezuela, fue un ávido lector de la producción literaria nacional, así como de la mitología griega y la historia de la Matemática. Siempre me repugnó su antipática manía de sacar una anécdota interesante y rara de la vida de los matemáticos griegos, repugnante por envidia pura y dura. Diomedes es el único venezolano que conozco que haya leído la obras completas de Andrés Eloy Blanco, Rufino Blanco Fombona, Udón Pérez y Fermín Toro. Como él me dijo un día: "yo leo mucho porque no me gusta que se despilfarre el presupuesto de la república que gastaron para que yo no fuese más un campesino analfabeto".

Diomedes, autor de un montón de artículos arbitrados, nunca fue mezquino con su tiempo para emplearse a fondo en todo lo que tuviese que ver con ayudar a los jóvenes matemáticos o profesores de secundaria a mejorar su formación básica. El más popular de mis amigos jamás transó con la mediocridad que se esconde en la piedad o la caridad de "comprender" que un joven de origen popular no puede alcanzar los pináculos más exigentes de la creación de conocimiento. Basta ver su infatigable labor frente al Comité Evaluador del Conaba en la región andina, en la Comisión de C y T del Fonacit o al frente de los Talleres de Formación Matemática para verificarlo, amén de una lista enorme de tesitas de licenciatura, maestría y doctorado. Muy malo no sería cuando Joe Diestel, el puesto 48 entre los matemáticos más citados de la historia, lo escogió como pupilo.

Mi relación personal con Diomedes fue muy intensa, ese negrito me quería tanto que se dedicó a provocar al comando policial que me detenía para que yo no fuese solo a prisión. Le dedicó su tesis de pregrado a mi cuasi ex-novia para ver si no me maleteaba la chica. No se me ocurre que hubiese consultado otro oráculo cuando las angustias existenciales me asaltaban. Nunca me he sentido tan identificado con nadie, ni siquiera con el Checo, Ventura o Wilfredo, como con Diomedes Bárcenas. El hermoso cuento de Tomás Guardia me motivó a descargar un inmenso dolor que pensaba disolver en una barrica de El Muco, puente inicial de mi hermandad con mi maestro en truco y amistad.

La UCV ha tenido montones de gente así: extraordinarias y cotidianas. El más alegre de todas las fiestas, el negro terco que en la víspera de su partida se paró de su lecho de enfermo para agotarse bailando con un quiebre de tumbadoras, el mismo que le ofreció un par de coñazos al médico que lo regañó porque se dio el lujo de abandonar la clínica para morir donde compartía con Anita toda inagotable capacidad de amar; tomó la ruta sin retorno de la muerte. No se cómo lo hago pero, ahogado en lágrimas, no hago más que sonreír recordando al dueño de la mayor cantidad de alegría con quien me ha tocado compartir el aire, el futuro, la rebeldía y la inquebrantable voluntad de ser dignos. Ese negro tan querido que hoy es llorado en los Bloques de San Martín por todos los integrantes del equipo "Los Marruñecos", él que jamás practicó ninguna actividad física distinta a bailar salsa. Hoy está siendo acompañado a su última morada por medio mundo en Mérida, en estos momentos en que yo me trepo por las paredes porque no consigo un pasaje para ir a abrazar a sus hijos Leonardo, Silvia y Mariana y a mi idolatrada Anita, su amor total. Ni qué decir de toda su familia, que siempre me recibe como mía, en La Rinconada de Puerto Santo.

Adiós querido amigo.

Ricardo Ríos
Escuela de Matemáticas
Universidad Central de Venezuela

Diomedes Bárcenas y la ecuación de la vida
(1949- 2009)

Siempre llevaba bien puesta una sonrisa; como para demostrarnos que éramos demasiados serios. Una academia sin risas no puede ser academia. Se puede ser de todo, en un salón de clases, menos aburrido. Sus exposiciones de matemáticas, por muy profundas que fuesen iban acompañadas de chistes, expresiones de buen humor y anécdotas divertidas que estimulaban la mente de sus alumnos. Por lo menos, si no entiendes la parte de matemáticas, no te amargas tanto la vida. Su verbo oriental era picaresco, ágil y saltarín como una cometa arisca luchando contra la brisa impredecible del mar. Era un caballero alto, delgado y sabía vestir bien.

Diomedes provenía de un pueblito de pescadores allá en el estado Sucre. Un lugar remoto y paradisíaco donde los niños andan desnudos por la playa. El único pasatiempo para los hombres del lugar era tomar ron desde el atardecer hasta la noche.

"Allí aprendí mucho sobre el infinito de George Cantor mirando al mar y las estrellas". "Cuando fui a Caracas a estudiar la carrera de Matemáticas puras en Universidad Central de Venezuela, la gente de mi pueblo pensó que me había vuelto loco"– "Cuando regrese me van a mandar para Carúpano". Esa era mi preocupación. "Voy a calcular la cantidad de agua que hay en el Golfo de Cariaco, y si lo consigo podré hacerme famoso".

Un día de 1976, después de recibir su título de Licenciado en Matemáticas en la Capital, se vino a Mérida en busca de empleo. Aquí lo recibió la ULA con los brazos abiertos. Venía recomendado por el Dr. Mischa Cotlar y su buen desempeño como estudiante. Diomedes se integró a nuestro grupo: Su chispa criolla, su amistad y lealtad le valieron el aprecio de todos. Éramos jóvenes profesores de la Facultad, estudiantes del postgrado del Departamento de Matemáticas. Obtuvimos el título de maestría el mismo día de 1980 junto a Wilman Brito y Hernando Gaitán.

A finales de los años ochenta del siglo pasado, nuestro grupo era la generación de relevo de los fundadores del Departamento. Estábamos deseosos de asumir las riendas del poder, para lo cual incursionamos en el mundo de la política Universitaria. En materia de política representábamos un cambio: éramos todos de izquierda, cimarrones, contestatarios, irreverentes, tira piedras y anti establishment. Alguno de los nuestros debería ganar la elección de Jefe de Departamento. Diomedes y yo éramos los dos líderes con mayores opciones. Hicimos una reunión en su apartamento, con todo el grupo de los que nos apoyaban: allí se iba a decidir quien iba a ser el candidato a las próximas elecciones. Para no dividirnos hicimos varias votaciones secretas pero esto no funcionó. Entonces alguien tuvo la idea de hacerlo por sorteo. Cada uno de los dos sacaría una baraja de un mazo de cartas. Yo obtuve el puntaje más alto y por lo tanto fui seleccionado. Gané las elecciones y fui jefe durante los dos años que indicaba la ley.

Dos años más tarde, al terminar mi mandato, elegimos a Diomedes y el también fue jefe. Esto de dejar que las leyes de las probabilidades decidieran los asuntos de la política sin afectar para nada nuestra amistad fue muy inteligente. Igualmente fue la actitud estoica de Diomedes al aceptar la decisión contraria a sus intereses. El fue siempre una persona prudente que supo cultivar y enseñarnos a todos el valor de la lealtad.

En aquel entonces nuestra amistad alcanzó un punto de inflexión y empezó a crecer de manera exponencial. Compartimos varios proyectos de mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles, entre los cuales está la Escuela Venezolana para la enseñanza de la Matemática, Los talleres para la formación de estudiantes de matemáticas, los encuentros con los docentes de educación media,…etc. El escribió también varios libros sobre temas elementales con una didáctica bastante clara, sencilla y amena. Diomedes tenía una pluma fácil que adornaba los misterios de los números y la geometría, con un fino toque de humor. Esa era su manera de hacer las cosas. Por otro lado, nuestro gran amigo, fue un investigador reconocido en el área de Análisis Funcional. Dejó varios artículos así como tesis de licenciatura y maestría.

Diomedes compartía su amor por la docencia con la salsa. Era un gran bailarín que llevaba la música en lo más profundo de su ser y en el baile ponía a trabajar toda la geometría de su cuerpo. No podía negar su herencia africana por el ritmo con que bailaba.

Su ecuación para la vida era muy sencilla:

Matemáticas + trabajo + salsa = éxito + felicidad

Así será recordado para siempre con todo respeto a su persona, que irradiaba siempre bondad, juventud y amistad sincera.

Francisco Rivero Mendoza
Departamento de Matemáticas
Universidad de Los Andes

El último día que compartí con él

El último día que vi y hablé con mi amigo y colega, Diomedes Bárcenas, fue el jueves 12 de noviembre de 2009, y aún en su convalecencia hablamos un poco del pasado tiempo y tararíamos un son cubano del gran Héctor Casanova, cuya parte principal dice así: “El tiempo pasado es pasado, al ayer jamás podremos regresar, hoy será ayer, mañana será hoy, lo que te espera nadie lo podrá saber; por eso yo vivo feliz cuando yo canto mi bonito guaguancó.” (Sí, Diomedes era feliz cantado y bailando mientras caminaba por los pasillos y jardines de la Universidad o en cualquier lugar donde afloraba su espontaneidad). Y así pasamos un rato relativamente largo (dada su condición) conversando; pero hubo un momento en el que quiso decirme algo, que seguro estoy, era muy importante, pero las palabras no le salieron a pesar de intentarlo varias veces, y pensé, creyendo en su recuperación, que mejor lo dejábamos para otro día.

Luego, el día siguiente, el viernes, me fui a Trujillo a dictar una charla en el postgrado de matemática del NURR, y finalizada ésta me fui a Morón, Edo. Carabobo, a endulzarle los 83 años a mi vieja querida que está enferma.

En el camino hacia Morón iba pensando en silencio y algunas veces conversaba con mi esposa acerca de mi amigo enfermo, a la vez que le decía, ¡cuando regresemos voy hablar con Diomedes nuevamente, pues él tiene algo importante que decirme! Pero no se pudo, la muerte nos hizo una mala jugada, se llevo a mi amigo sin que me pudiera decir nada, sin decirme eso tan importante que yo debía saber y que, estoy seguro, me ayudaría a un mejor vivir.

Te extraño mi panita, y espero que el gran Dios te tenga reservado un bonito lugar donde en paz puedas descansar y hacer lo que a ti mas te gustaba.

Hugo Leiva
Departamento de Matemáticas
Universidad de Los Andes

Mis recuerdos de mi amigo Diomedes

"Uno empieza a envejecer cuando
comienzan a morírsele los amigos"

Yo entré en la UCV en Febrero del año 1972 luego del allanamiento de Caldera; había dos promociones de bachilleres (Julio 1970 y Julio 1971), que no habían podido entrar a la Universidad por estar intervenida y cerrada. Por ello a la Facultad de Ciencias entramos ese año 1600 estudiantes. Si se toma en cuenta que la Facultad no tenía locales, salvo los infames galpones que están enfrente de la Facultad de Farmacia, y que por tanto los estudiantes de Ciencias eran unos parias que iban de Ingeniería a Arquitectura, a Farmacia u Odontología para recibir clases se podrán imaginar el caos y la dispersión que era en esos días la Facultad.

Así pues esos primeros semestres era pocos los compañeros que uno podía conocer porque además de tener que estar corriendo por todo el campus universitario para recibir clases, funcionaba el Ciclo Básico de Ciencias. Pero ya en tercer semestre, cuando uno comenzaba a tomar materias específicas del área, fue que los estudiantes de Matemáticas que habíamos entrado en Febrero del 1971 pudimos comenzar a conocernos. Allí estaban, entre otros, Ricardo (Rico) Ríos, Gisela Méndez, José Castillo, Zulaeed Castillo, Manuel Gómez y yo entre muchos. Resulta que allí también estaban Diomedes, Gustavo Ponce y otros que habían entrado antes pero los "agarró" la paralización de actividades por la intervención. La clase de Algebra I era en verdad un grupo relativamente pequeño, las "matanzas" en el Ciclo Básico ya había cobrado sus víctimas. Nos enfrentábamos por primera vez a un curso formal de Algebra Abstracta, lo dictaba Daniel Crespín y seguíamos nada menos que el libro de Hernstein. Como podrán imaginar pasamos todo el semestre pariendo… Nos re-encotramos luego en el curso de Topología que también nos dio Daniel Crespín y seguimos el intraficable libro Análisis de J. Dieudonné, por lo que por supuesto continuo la paridera. En esos tiempos fue poco lo que conocí de Diomedes hasta que vino la llamada Experiencia, ese experimento antropológico que Marc Keller hizo con nosotros estudiantes inquietos y ansiosos por aprender Matemáticas. Allí entre reuniones, asambleas y discusiones llegamos a conocernos mucho. Claro Diomedes no era de los "salíos" como éramos Rico o yo, pero a pesar de su carácter retraído en esos tiempos, siempre estaba "en la jugada".

En unas inolvidables vacaciones nos fuimos él, Rico y yo en la Renoleta R4 que yo tenía, a su pueblo natal, la rinconada de Puerto Santo, un caserío un poco más allá de Carúpano. Diomedes era uno de los pocos bachilleres del pueblo y por supuesto fue su primer Licenciado en Matemáticas e indudablemente su primer Doctor en Matemáticas. Allí aparte de conocer a Hija, su madrina que lo crió y era en verdad su mamá fáctica, y otros familiares, paseamos por todo el estado Sucre, comimos hasta arroz con pato (un pato que mató Hija porque nosotros no pudimos) y tomamos cerveza hasta más no poder por no decir hasta la inconsciencia.

Cada quien a su manera, seguimos en esos años tumultuosos, dando lo mejor de cada uno para tratar de aprender Matemáticas. Diomedes hizo la tesis de Licenciatura con

Arturo Reyes, lo mismo que Rico y Gisela, terminó en el año 1977 y casi inmediatamente se fue al departamento de Matemáticas de la ULA en Mérida que había sido recién creado, bajo el liderazgo de Antonio Tineo y Jesús Rivero entre otros. Para ese departamento fue tremenda adquisición desde el mismo comienzo.

Con su partida a la ULA nos dejamos de ver por un tiempo, lo vi un par de veces cuando iba a Mérida a fines de los 70 y comienzos de los 80 en los contingentes de los muchachos de la JS-MIR que iban a ayudar a los locales a ganar la FCU de allá, pero luego, en el año 1983, yo me fui a Minnesota a estudiar mi doctorado.

A mi regreso a Venezuela en el año 1989, estaba comenzando ese hermoso proyecto que siempre ha sido la Escuela Venezolana de Matemáticas, por lo que si bien llegué en Agosto de 1989, ya en Septiembre estaba en Mérida asistiendo a la II EVM. Allí me rencontré con Diomedes, el mismo de siempre, llano y sencillo, con ese acento oriental que más de 25 años en los Andes no le pudieron modificar en lo más mínimo. Sí, era el mismo de siempre en el sentido humano, pero era otro, porque aunque en ese período había sacado sólo el titulo de Maestría de la ULA (en ese tiempo no había doctorado allí) él había aprendido muchísima Matemática... porque Diomedes siempre fue un gran autodidacta. Así pues, se había convertido en un experto mundial en Geometría en Espacios de Banach y también en Teoría de Control.

En mi periódico peregrinar cada Septiembre para la EVM no sólo nos pusimos "al día" en la vida sino también en las Matemáticas. Yo he sido siempre un enamorado de la Teoría de Martingalas, tanto que hasta di un curso en la Escuela sobre ella, junto con Rico, y fue una grata sorpresa para mí, comprobar el dominio que Diomedes había desarrollado del tópico para usarlo como herramienta en el estudio de la Geometría de Espacios de Banach. De ese mutuo interés surgió un artículo que publicamos en SIAM (*Measurable Multifunctions in non-separable Banach spaces*. SIAM J. Math. Anal.Vol.28, No 5 (1997) 1212-1226). Diomedes me enseñó mucho sobre Teoría de Multifunciones (aunque yo creo que a estas alturas ya se me olvido casi todo) y yo un poco de lo que él todavía no sabía de la Teoría de Martingalas. Fue una combinación muy buena que podría haber sido el comienzo de una fructífera colaboración a largo plazo en esa dirección que lamentablemente no se dio sobre todo por mis enredos. Sin embargo nuestra amistad y nuestra colaboración en muchos otros sentidos siguió creciendo a lo largo de los años siguientes.

Siendo Coordinador de Postgrado de Matemáticas de la UCV tuve el honor de colaborar para enmendar su paradójica situación. Como ya he mencionado Diomedes era una gran autodidacta que aprovechó el relativo aislamiento de Mérida para estudiar como un loco y forjarse una cultura matemática verdaderamente envidiable. Sin embargo sólo tenía el título de Máster y su intento de obtener el PhD en Kent State University con Joe Diestel se malogró por varias razones entre personales, familiares y profesionales. Así pues que con Diestel como tutor se inscribió en el programa de Doctorado en la UCV y básicamente entre los seminarios que dio en Kent y una serie de seminarios sobre Geometría de Espacios de Banach que nos dio de manera regular a lo largo de un año en Caracas a mí y a Ventura, que fungíamos como "jurados" (aunque en verdad éramos neófitos en el tema) completó los créditos requeridos para presentar su tesis doctoral en 1998. Por cierto que en esos continuos viajes entre Mérida y Caracas, para ahorrar unos realitos en vez de tomar el "Madrugador" de Aeropostal que salía a las 6:00 am, él prefería tomar el que él llamaba, con su humor proverbial, el “Trasnochador” de Expresos Mérida que salía la noche anterior.

Diomedes fue una figura clave para que en las Jornadas Matemáticas Venezolanas anualmente se contara siempre con una sesión de Análisis y por ello mismo fue muchas veces su coordinador. La satisfacción y la alegría que irradiaba después de la realización de cada jornada eran legendarias, sobre todo cuando la gente joven se aventuraba a exponer sus trabajos en ellas, y siempre terminaban con una buena ronda de cervezas.

En el año 2000, a propósito de su declaración por la UNESCO como el año de las Matemáticas, junto con todo un grupo de matemáticos “inquietos por la investigación” decidimos comenzar a organizar unos talleres orientados a estudiantes de las licenciaturas de Matemáticas de todo el país para incentivar en ellos el interés por la investigación en Matemáticas. Gracias al amigo Héctor Pijeira, de visita en Venezuela para el tiempo de la segunda reunión preparatoria de esos talleres, que se hizo en Mérida, estos fueron bautizados como TForMa (Talleres de Formación Matemática). Ese hermoso proyecto, lamentablemente hoy en día un poco extraviado y sobreviviendo en medio de grandes dificultades, contó desde el comienzo con el liderazgo de Diomedes como su coordinador nacional.

Más recientemente dada su tenacidad y su liderazgo en el grupo de Análisis, estabilizó el seminario de Análisis de la ULA que paso a ser rápidamente una referencia nacional e internacional en el área. Tuve el privilegio de ser invitado un par de veces a dar seminarios allí. En una de las últimas veces que di uno, en Junio del 2004 luego de mi presentación nos quedamos hablando Hugo Leiva, él y yo sobre lo que yo había hablado del semigrupo de Ornstein-Uhlenbeck y de las técnicas que ellos habían desarrollado en Teoría de Control. De esa conversación salieron un par de artículos sobre semigrupos clásicos y Teoría de Control (*Controllability of the Ornstein Uhlenbeck Equation* IMA Journal of Mathematical Control and Information. 22 (2005), no. 3, 310-320 y *Controllability of Laguerre and Jacobi Equations* International Journal of Control. 80:8 (2007) 1307-1315, este último con la colaboración adicional de Yamilet Quintana). Se nos quedó en el tintero una colaboración en Ecuaciones Diferenciales Estocásticas donde Hugo y Diomedes tenían unas interesantes ideas.

En Febrero del 2006 con el apoyo de CIMPA-UNESCO organizamos en Mérida una escuela titulada *Familias Ortogonales y Semigrupos en Análisis*, en la que Diomedes jugó un papel fundamental, no sólo como uno de los encargados de uno de los cursos centrales, *Semigrupos de Operadores y Teoría de Control*, sino también como organizador local (para bien y para mal!). Por cierto que las notas de esos cursos están por salir publicadas por la Sociedad Matemática Francesa.

Diomedes debía haber sido jurado de Ebner Pineda mi estudiante de doctorado de la UCLA que defendía la tesis en Junio del 2009, pero una semana antes de la presentación nos llamaron de Mérida para decirnos que el doctor le había ordenado reposo absoluto por un problema hepático. Afortunadamente para mí y gracias a su invitación para dictar otro seminario en la ULA pudimos vernos por última vez aunque no lo sabíamos…

Sería muy largo (y quizás un poco pastoso) entrar en más detalles de mis recuerdos de mi amigo Diomedes. Creo que las líneas anteriores dan cuenta de nuestra hermosa amistad y nuestra común pasión por las Matemáticas.

Demás esta hablar de la inmensa humildad de Diomedes, de su generosidad a toda prueba y de su lealtad en lo que creía y a sus amigos. La legión de admiradores entre sus amigos, colegas y estudiantes hablan por sí solos. Su historia vital habla de una Venezuela distinta de la que nos quieren pintar últimamente. Diomedes, el hijo ilustre de la rinconada de Puerto Santo, salió una vez de ese caserío de campesinos para transformarse gracias a su inteligencia, su capacidad y su tenacidad en una figura fundamental del Departamento de Matemáticas de la ULA y de la Matemática Venezolana y es un ejemplo de las oportunidades que se abrieron en la Venezuela de las últimas décadas del siglo XX.

Su muerte deja en mi un inmenso vacío imposible de llenar y que sólo su recuerdo y su ejemplo mitigan un poco mi dolor.

Wilfredo Urbina
Chicago
10 de Abril, 2010

Diomedes era un ángel. Y punto

Es difícil conseguir a una persona que sea tan unánimemente querida. Todavía no me he topado con el primero que hable mal de él. Su presencia fue requerida en más de una ocasión polémica, por su naturaleza conciliatoria. Esto es cierto aún hoy, después de muerto, cuando la idea de hacerle un homenaje ha unido a todo el mundo, dejando a un lado cualquier género de diferencias o rencillas.

Recuerdo cuando lo conocí, en circunstancias personales y profesionales bastante complicadas. Lo primero que hizo fue invitarme a beber, y desde ese momento tuvimos una empatía enorme. Conversábamos de matemática, y de lo que sería mi proyecto de Tesis Doctoral, cuando de pronto, entre cerveza y cerveza, el hombre arrancó a cantar "Los aretes que le faltan a la luna". Para mí, particularmente sensible como estaba por la difícil circunstancia que atravesaba, y acostumbrado a un trato muy distinto por parte de la mayoría de quienes hasta entonces habían sido mis profesores, fue un alivio. De inmediato dije para mis adentros: ¡Dios mío, Gracias!

Tan bien avanzamos, que en apenas dos meses teníamos, en esencia, listo el teorema fundamental que conformaría nuestro primer artículo. Desde luego fue necesario, después, afinar varios detalles (lo cual tomó algo de tiempo) y sobre todo, esperar por la respuesta de las revistas, pero una vez aceptado y publicado, tuve la inmensa y hermosa sensación de haber superado una etapa bastante dolorosa de mi vida. En la defensa de mi Tesis obtuve la mención excelente, que es la más alta calificación que otorga el Postgrado de matemáticas de la UCV para una Tesis Doctoral. Todo esto se lo debo a él.

Mientras tanto, produjimos otro artículo más. Cómo hubiera querido seguir haciendo matemáticas con él, seguir aprendiendo cosas de él. Porque este hombre con tanto desparpajo, tan humilde y auténtico, era uno de los mejores matemáticos de este país. Joe Diestel, su tutor, cuyo nombre figura entre los analistas más reconocidos a nivel mundial, decía que Diomedes había sido uno de sus mejores alumnos. Me atrevo a decir que, en Venezuela, nadie sabía más Teoría de la Medida que él. Hizo por mí lo que todo buen maestro debe hacer: me indicó una orientación, me dio un camino, una línea de investigación. Y más allá de eso, me ayudó a madurar, a reconocer errores a veces enormes, me ayudó a comprender mejor el mundo de mi profesión y a relacionarme mejor con mis colegas. Con su muerte, Diomedes parece decirme: ya te di las herramientas, ahora te toca andar por ti solo.

Las circunstancias quisieron que yo fuese la única persona a quien Diomedes doctorara. Por eso me siento, con toda legitimidad, su heredero. Se ha ido muy pronto, claro está. Quizás en el mejor momento de su carrera. Y como a otros, me acongoja saber lo mucho que aún tenía por dar, humana y académicamente. Muy pronto se fue el hombre que me tendió la mano en el momento más difícil de mi carrera, gracias a quien profesionalmente hablando soy ahora lo que soy, mi tutor magnífico. La deuda de gratitud que tengo es inmensa y de por vida.

Luis Gerardo Mármol Bosch
Departamento de Matemáticas
Universidad Simón Bolívar

Mis recuerdos sobre el Prof. Diomedes Bárcenas

El Profesor Diomedes Bárcenas fue una persona siempre accesible, no establecía la llamada barrera profesor-alumno. Agradezco haber tenido la oportunidad y el privilegio de que asesorara mi tesis de maestría y puedo dar fe de que era sumamente responsable y estricto con sus tesistas.

Observe que le gustaba trabajar en ambientes al aire libre, como los geómetras griegos de la antigüedad, y en las celebraciones le gustaba hablar de matemáticas, política, y de muchos otros temas, como S. Banach en el Café Escocés. Además disfrutaba bailar, lo cual hacía con un estilo muy original.

El se sentía muy orgulloso de ser un hijo de Puerto Santo y viajaba desde Mérida hasta allá, cada vez que se le presentaba la oportunidad, para visitar a su madre. Como buen hijo del mar, adoraba comer pescado, creo que muy especialmente Sierra.

Yarúa Maneiro
Departamento de Matemáticas
Núcleo de Sucre
Universidad de Oriente